

Магнетизм и оптика

Методические указания и контрольные задания для студентов заочного обучения

Дарибазарон Э.Ч., Чагдурова Е.С., Ваганова Т.Г.

Методические указания и контрольные задания студентов заочного обучения инженерно-технических и технологических специальностей. Содержит разделы программ "Магнетизм", "Оптика" примеры решения типовых задач и варианты контрольных заданий.

Ключевые слова: Магнитное поле, закон Био-Савара-Лапласа, закон Ампера, магнитная индукция, магнитный поток, потокосцепление, индуктивность, энергия магнитного поля, сила Лоренца. Интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия, кольца Ньютона, условия максимума, условия минимума, зона Френеля, дифракционная решетка.

Редактор Т.Ю.Артюнина

Подготовлено в печать 1.12. 2004 г. Формат 60×80 1/16  
Усл.п.л. 3,3; уч.-изд.л. 3,0; Тираж 150 экз. Заказ 173.

---

РИО ВСГТУ, Улан-Удэ, Ключевская, 40а  
Отпечатано на ротапинтере ВСГТУ, Улан-Удэ,  
Ключевская, 42.

Министерство образования Российской Федерации

Восточно-Сибирский государственный  
технологический университет

ФИЗИКА  
(Магнетизм и оптика)

Методические указания и контрольные задания  
для студентов заочного обучения

Составитель: Дарибазарон Э.Ч.  
Ваганова Т.Г.

Улан-Удэ, 2009

# ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

## Основные формулы

- ♦ Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [d\vec{l}\vec{r}] \frac{I}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$$

где  $d\vec{B}$  - магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной  $dl$  с током  $I$ ;  $\vec{r}$  - радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;  $\alpha$  - угол между радиусом-вектором и направлением тока в элементе проводника.

- ♦ Связь магнитной индукции  $B$  с напряженностью  $H$  магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

где  $\mu$  - магнитная проницаемость изотропной среды;  $\mu_0$  - магнитная постоянная.

В вакууме  $\mu = 1$ , и тогда магнитная индукция в вакууме

$$B = \mu_0 H$$

- ♦ Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$$

где  $R$  - радиус кругового витка.

- ♦ Магнитная индукция на оси кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

где  $h$  - расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

- ♦ Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$$

где  $r$  - расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

- ♦ Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис. 1. а):

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  обозначено точкой - это значит, что вектор  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис. 1. б) -  $\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 = \cos \alpha$ , и следовательно,

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha$$

- ♦ Магнитная индукция поля, создаваемая соленоидом в средней его части (или тороида на его оси),

$$B = \mu\mu_0 nI$$

где  $n$  - отношение числа витков соленоида к его длине.

- ♦ Принцип суперпозиции магнитных полей: магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$$

- ♦ Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера):

$$F = Il \sin \alpha$$

где  $l$  - длина проводника;  $\alpha$  - угол между направлением

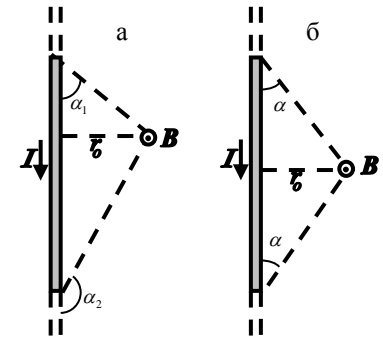


Рис. 1

тока в проводнике и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ . Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника. Если поле неоднородно и проводник не является прямым, то закон Ампера можно применить к каждому элементу проводника в отдельности:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \times \vec{B}]$$

- ◆ Магнитный момент плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS$$

где  $\vec{n}$  - единичный вектор нормали (положительный) к плоскости контура;  $I$  - сила тока, протекающего по контуру;  $S$  - площадь контура.

- ◆ Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}], \text{ или } M = p_m B \sin \alpha$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$ .

- ◆ Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле:

$$\Pi_{\text{мех}} = -p_m B, \text{ или } \Pi_{\text{мех}} = -p_m B \cos \alpha$$

- ◆ Отношение магнитного момента  $\vec{p}_m$  к механическому  $\vec{L}_v$  (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m}$$

где  $Q$  - заряд частицы;  $m$  - масса частицы.

- ◆ Сила Лоренца:

$$\vec{F} = Q[\vec{v} \times \vec{B}], \text{ или } F = QvB \sin \alpha$$

где  $\vec{v}$  - скорость заряженной частицы;  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

- ◆ Циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  вдоль замкнутого контура

$$\oint_L B_l dl,$$

где  $B_l$  - проекция вектора магнитной индукции на направление элементарного перемещения  $dl$  вдоль контура  $L$ . Циркуляция вектора напряженности  $\vec{H}$  вдоль замкнутого контура

$$\oint_L H_l dl.$$

- ◆ Закон полного тока (для магнитного поля в вакууме)

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i, \text{ где } \sum_{i=1}^N I_i - \text{ алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром; } N - \text{ число токов.}$$

Закон полного тока (для произвольной среды)

Закон полного тока (для произвольной среды)

$$\oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^N I_i.$$

- ◆ Магнитный поток  $\Phi$  через плоский контур площадью  $S$ :  
а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = BS \cos \alpha \text{ или } \Phi = B_n S$$

где  $S$  - площадь контура;  $\alpha$  - угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

- б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

- ◆ Потокосцепление (полный поток):  
 $\psi = N\Phi$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной катушкой плотно прилегающих друг к другу  $N$  витков.

- ◆ Магнитная проницаемость ферромагнетика

$$\mu = B/(\mu_0 H)$$

♦ Связь между магнитной индукцией  $B$  поля в ферромагнетике и напряженностью  $H$  намагничивающего поля выражается графиком (рис. 2)

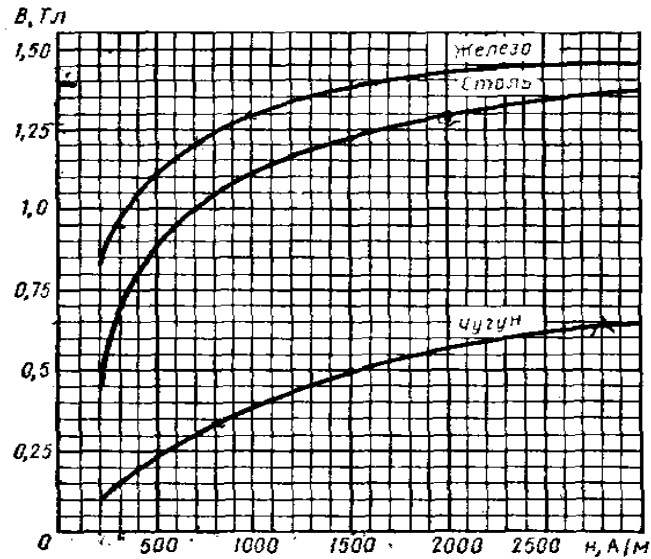


Рис. 2

Связь между магнитной индукцией поля в ферромагнетике и напряженностью намагничивающего поля

♦ Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi,$$

где  $\Delta\Phi$  – изменение магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром;  $I$  – сила тока в контуре.

♦ Основной закон электромагнитной индукции:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

где  $\varepsilon_i$  – электродвижущая сила индукции;  $N$  – число витков контура;  $\Psi$  – потокосцепление.

♦ Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью  $\vec{v}$  в магнитном поле:

$$U = Bvl \sin \alpha$$

где  $l$  – длина проводника;  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

♦ Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R}$$

где  $R$  – сопротивление контура.

♦ Индуктивность контура:

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

♦ Э.д.с. самоиндукции:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$$

♦ Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

где  $n$  – отношение числа витков соленоида к его длине;  $V$  – объем соленоида.

Во всех случаях вычисления индуктивности соленоида (тороида) с сердечником по приведенной формуле для определения магнитной проницаемости следует пользоваться графиком зависимости  $B$  от  $H$ , а затем формулой

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

♦ Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$ :

$$a) I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \text{ (при замыкании цепи), где } E - \text{ э.д.с.}$$

источника тока;  $t$  – время, прошедшее после замыкания цепи;

б)  $I = I_0 e^{-Rt/L}$  (при размыкании цепи), где  $I_0$  - сила тока

в цепи при  $t = 0$ ;  $t$  - время, прошедшее с момента размыкания цепи.

♦ Энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

♦ Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему):

$$\omega = \frac{BH}{2}, \text{ или } \omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \text{ или } \omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

где  $B$  - магнитная индукция;  $H$  - напряженность магнитного поля.

## ОПТИКА

### Основные формулы

♦ Скорость света в среде

$$v = \frac{c}{n},$$

где  $c$  - скорость света в вакууме;  $n$  - абсолютный показатель преломления среды.

♦ Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где  $l$  - геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления  $n$ .

♦ Оптическая разность хода

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

♦ Условие интерференционного максимума

$$\Delta = \pm m\lambda \quad (m=0,1,2,\dots).$$

♦ Условие интерференционного минимума

$$\Delta = \pm(2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad (m=1,2,\dots).$$

♦ Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

где  $d$  - толщина пластинки (пленки);  $i$  - угол падения.

Второе слагаемое в этих формулах учитывает изменение оптической длины пути световой волны на  $\lambda/2$  при отражении ее от среды оптически более плотной.

В проходящем свете отражение световой волны происходит от среды оптически менее плотной и дополнительной разности хода световых лучей не возникает.

♦ Радиусы светлых и темных колец Ньютона в проходящем свете (или темных и светлых - в отраженном)

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (m=1,2,\dots)$$

$$r_m = \sqrt{(2m-1)\frac{R\lambda}{2}} \quad (m=1,2,\dots),$$

где  $m$  - номер кольца ( $=1, 2, 3, \dots$ );  $R$  - радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной стеклянной пластинкой.

♦ Радиусы зон Френеля для сферического и плоского волнового фронта

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)}k\lambda} \quad (k=1,2,\dots)$$

$$r_m = \sqrt{bk\lambda} \quad (k=1,2,\dots)$$

где  $a$  - расстояние диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника света;  $b$  - расстояние диафрагмы от экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины;  $k$  - номер зоны Френеля;  $\lambda$  - длина волны.

- ◆ Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей. Условие минимумов интенсивности света,

$$a \sin \varphi_k = \pm k\lambda \quad (k=1,2,\dots),$$

где  $a$  – ширина щели;  $\varphi$  – угол дифракции;  $k$  – номер минимума;  $\lambda$  – длина волны.

Условие максимумов интенсивности света

$$a \sin \varphi_k = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=1,2,\dots)$$

где  $d$  – период дифракционной решетки;  $k$  – номер главного максимума;  $\varphi$  – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн.

- ◆ Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей. Условие главных максимумов интенсивности

$$d \sin \varphi_k = \pm k\lambda \quad (k=0,1,2,\dots)$$

- ◆ Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где  $\Delta\lambda$  – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий ( $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$ ), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки;  $k$  – порядковый номер дифракционного максимума.

- ◆ Формула Вульфа-Брэггов

$$2d \sin \theta_m = k\lambda \quad (k=1,2,\dots)$$

где  $d$  – расстояние между атомными плоскостями кристалла;  $\theta$  – угол скольжения лучей (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла), определяющий направление в котором имеет место зеркальное отражение лучей (дифракционный максимум).

- ◆ Степень поляризации света

$$P = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{(I_{\max} + I_{\min})}$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

- ◆ Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \varepsilon_B = n_{21},$$

где  $\varepsilon_B$  – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована,  $n_{21}$  – относительный показатель преломления.

- ◆ Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где  $I$  – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор;  $I_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $\alpha$  – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

- ◆ Угол поворота плоскости поляризации оптически активными веществами определяется соотношениями:

а) в твердых телах  $\varphi = \alpha \cdot d$ , где  $\alpha$  – постоянная вращения;  $d$  – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в чистых жидкостях  $\varphi = [\alpha] \cdot \rho \cdot d$ , где  $[\alpha]$  – удельное вращение;  $\rho$  – плотность жидкости;

в) в растворах  $\varphi = [\alpha] \cdot C \cdot d$ , где  $C$  – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

### Примеры решения задач. Электромагнетизм.

**Пример 1.** Два параллельных бесконечно длинных провода

D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой  $I=60$  А, расположены на расстоянии  $r=10$  см друг от друга. Определить магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого проводниками с током в точке А, отстоящей от оси одного проводника на расстоянии 1)  $r_1=2$  см, от другого -  $r_2=8$  см; 2)  $r_1=6$  см, от другого -  $r_2=8$  см; 3)  $r_1=5$  см, от другого -  $r_2=12$  см.

Решение: 1) Сделаем рисунок.

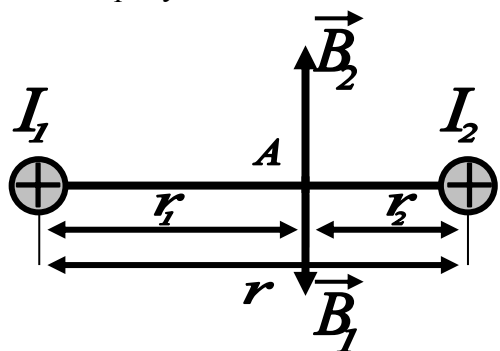


Рис. 3

По правилу правой руки определим направления векторов  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  в т. А.

По принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \text{ или скалярно } B = B_1 - B_2 \quad (1).$$

Значения  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  определяются по формулам:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} \text{ и } B_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2}. \text{ Подставим эти значения в (1):}$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} - \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_2} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Выполним расчеты:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2\pi} \left( \frac{1}{0,02} - \frac{1}{0,08} \right) = 45 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$$

2) В данном случае, обратим внимание на расстояния  $r=10$  см,  $r_1=6$  см,  $r_2=8$  см. Напомним, что любой треугольник,

стороны которого соотносятся как 3:4:5, является прямоугольным.

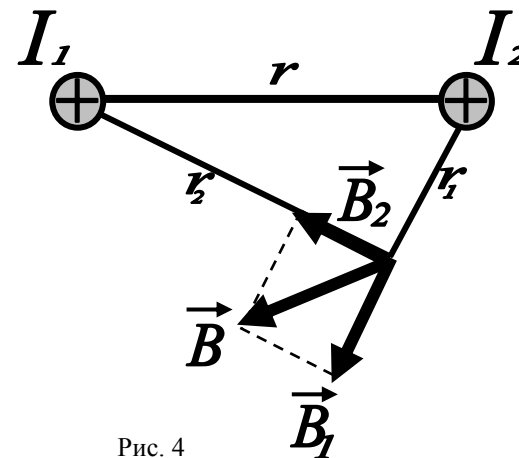
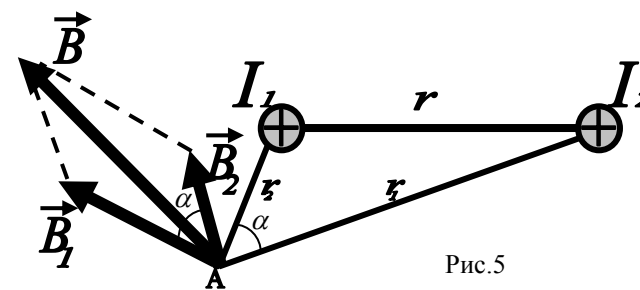


Рис. 4

Сделаем рисунок и определим по правилу правой руки направления векторов  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ . Из рисунка 4 видно, что векторы взаимно перпендикулярны, значит, значение искомого вектора найдем по теореме Пифагора  $B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$  или, после подстановки выражений для модулей векторов  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}}$$

3) Для нахождения магнитной индукции в точке А воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций  $B_1$  и  $B_2$  полей, создаваемых каждым проводником с током в отдель-



ности (рис. 5), и

Рис.5

сложим их векторно:  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

Модуль вектора  $\vec{B}$  может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha} \quad (1)$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ .

Магнитные индукции  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  выражаются соответственно через силу тока  $I$  и расстояния  $r_1$  и  $r_2$  от проводов до точки А:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

Подставляя выражения  $B_1$  и  $B_2$  в формулу (1) и вынося  $\frac{\mu_0 I}{(2\pi)}$  за знак корня, получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} \quad (2)$$

Вычислим  $\cos \alpha$  по теореме косинусов:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha$$

где  $d$  - расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \quad \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

**Пример 2.** По тонкому проводящему кольцу радиусом  $R=10$  см течет ток  $I=80$  А. Найти магнитную индукцию в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние  $r=20$  см.

*Решение:* Для решения задачи воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{r^2}$$

где  $\vec{B}$  - магнитная индукция поля, создаваемого элементом тока  $I d\vec{l}$  в точке, определяемой радиус-вектором  $\vec{r}$ .

Выделим на кольце элемент  $d\vec{l}$  и от него в точку А проведем радиус-вектор  $\vec{r}$  (рис. 6). Вектор  $\vec{B}$  направим в соответствии с правилом буравчика.

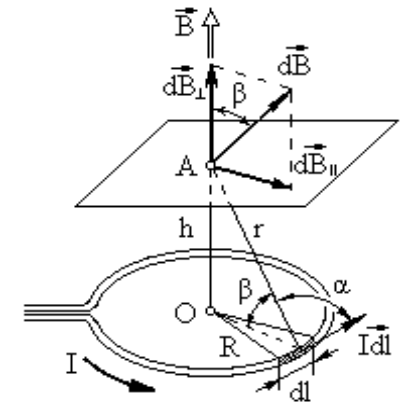


Рис. 6

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей, магнитная индукция  $\vec{B}$  в точке А определяется интегрированием:

$$B = \int_l dB$$

где интегрирование ведется по всем элементам  $dl$  кольца.

Разложим вектор  $\vec{B}$  на две составляющие:  $d\vec{B}_\perp$ , перпендикулярную плоскости кольца, и  $d\vec{B}_\parallel$ , параллельную плоскости кольца, т.е.

$$d\vec{B} = d\vec{B}_\perp + d\vec{B}_\parallel$$



Тогда

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}_\perp + \int_l d\vec{B}_\parallel$$

Заметив, что  $\int_l d\vec{B}_\parallel = 0$  из соображений симметрии и что

векторы  $d\vec{B}_\perp$  от различных элементов  $d\vec{l}$  сонаправлены, заменим векторное суммирование (интегрирование) скалярным:

$$B = \int_l dB_\perp$$

где  $dB_\perp = dB \cos \beta$  и  $dB = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$  (поскольку  $d\vec{l}$  перпендикулярен  $\vec{r}$  и, следовательно,  $\sin \alpha = 1$ ). Таким образом,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}$$

После сокращения на  $2\pi$  и замены  $\cos \beta$  на  $R/r$  (рис.13.5) получим

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3} \text{ или } B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где  $h$  – расстояние от плоскости кольца до точки А.

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу магнитной индукции (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I][R^2]}{[r^3]} = \frac{1\text{Гн} \cdot 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2}{\text{м} \cdot 1\text{м}^3} = \frac{1\text{Гн} \cdot 1\text{А}^2}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2} = 1\text{Тл}.$$

Здесь мы воспользовались определяющей формулой для магнитной индукции:

$$B = \frac{M}{P_m}$$

Тогда

$$1\text{Тл} = \frac{1\text{Н} \cdot 1\text{м}}{1\text{А} \cdot 1\text{м}^2}$$

Выразим все величины в единицах СИ и произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} \text{Тл} = 6,28 \cdot 10^{-5} \text{Тл}, \text{ или } B = 62,8 \text{ мкТл}.$$

Вектор  $\vec{B}$  направлен по оси кольца (пунктирная стрелка на рис) в соответствии с правилом буравчика.

**Пример 3.** Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом (рис.7). По проводам текут токи  $I_1 = 80$  А и  $I_2 = 60$  А. Расстояние  $d$  между проводами равно 10 см. Определить магнитную индукцию  $\vec{B}$  в точке А, одинаково удаленной от обоих проводов.

*Решение.*

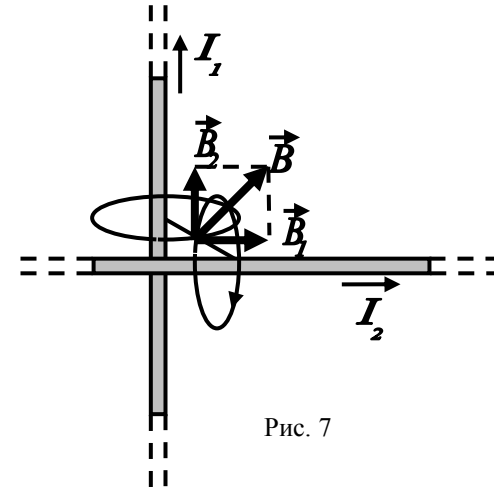


Рис. 7

В соответствии с принципом суперпозиции магнитных полей магнитная индукция  $\vec{B}$  поля, создаваемого токами  $I_1$  и  $I_2$ , определяется выражением  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ , где  $\vec{B}_1$  – магнит-

ная индукция поля, созданного в точке А током  $I_1$  ;  $\vec{B}_2$  - магнитная индукция поля, созданного в точке А током  $I_2$ .

Заметим, что векторы  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  взаимно перпендикулярны (их направления находятся по правилу буравчика и изображены в двух проекциях на рис.13.6). Тогда модуль вектора  $\vec{B}$  можно определить по теореме Пифагора:

$$B = |\vec{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$$

где  $B_1$  и  $B_2$  определяются по формулам расчета магнитной индукции для бесконечно длинного прямолинейного провода с током:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}$$

В нашем случае  $r_0 = d/2$ . Тогда

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} \text{Тл} = 4 \cdot 10^{-4} \text{Тл} = 400 \text{мкТл}$$

**Пример 4.** Бесконечно длинный провод изогнут так, как это изображено на рис. 8. Радиус  $R$  дуги окружности равен 10 см. Определить магнитную индукцию  $\vec{B}$  поля, создаваемого в точке  $O$  током  $I = 80$  А, текущим по этому проводу.

*Решение.* Магнитную индукцию  $\vec{B}$  в точке  $O$  найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей:

$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$ . В нашем случае провод можно разбить на три части (рис. 9): два прямолинейных провода (1 и 3), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса  $R$ . Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

где  $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$  - магнитные индукции в точке  $O$ , создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем

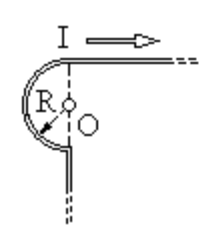


Рис. 8

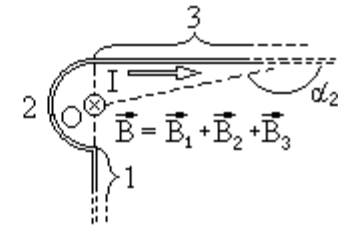


Рис. 9

ем участка провода.

Так как точка  $O$  лежит на оси провода 1, то  $B_1 = 0$  и тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$$

Учитывая, что векторы  $\vec{B}_2$  и  $\vec{B}_3$  направлены в соответствии с правилом буравчика перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то векторное суммирование можно заменить алгебраическим:

$$B = B_2 + B_3$$

Магнитную индукцию  $B_2$  найдем, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

В нашем случае магнитное поле в точке  $O$  создается лишь

половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

Магнитную индукцию  $\vec{B}_3$  найдем по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

В нашем случае  $r_0 = R$ ,  $\alpha_1 = \pi/\alpha$  ( $\cos \alpha_1 = 0$ ),  $\alpha_2 \rightarrow \pi$  ( $\cos \alpha_2 = -1$ ). Тогда

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

Используя найденные выражения для  $B_2$  и  $B_3$ , получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 1)$$

Проверка размерности аналогична выполненной в предыдущем примере.

Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) \text{Тл} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{Тл},$$

или  $B = 331 \text{мкТл}$ .

### Сила Ампера

**Пример 5.** По двум параллельным прямым проводам длиной  $l=2,5$  м каждый, находящимся на расстоянии  $d=20$  см друг от друга, текут одинаковые токи  $I=1$  кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

*Решение.* Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой проводник.

Вычислим силу, с которой поле, созданное одним током

действует на другой.

$F = IBl \sin \alpha$ . Очевидно, что в данном случае  $\sin \alpha = 1$ .

Тогда  $F = IBl$  (1).

Здесь значение вектора  $B$  можно определить по формуле

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi d}, \text{ подставим в (1):}$$

$$F = I \frac{\mu \mu_0 I}{2\pi d} l = \frac{\mu \mu_0 I^2 l}{2\pi d}$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу силы (Н):

$$\frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{1 \text{Гн} \cdot 1 \text{А}^2 \cdot 1 \text{м}}{\text{м} \cdot 1 \text{м}} = \frac{1 \text{Гн} \cdot 1 \text{А}^2}{1 \text{м}} = \frac{1 \text{Дж}}{1 \text{м}} = \frac{1 \text{Н} \cdot 1 \text{м}}{1 \text{м}} = 1 \text{Н}.$$

Выполним расчет:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} = 2,5 \text{Н}$$

### Сила Лоренца

**Пример 6.** Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов  $U = 600$  В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,3$  Тл. Вычислить радиус кривизны траектории. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

*Решение.* Когда частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, ее движение будет происходить по окружности. Так как сила Лоренца  $F_L$  перпендикулярна вектору  $\vec{v}$ , то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение  $a_n$ .

Согласно второму закону Ньютона,

$$\vec{F}_L = m \vec{a}_n \quad (1)$$

где  $m$  - масса протона.

Перепишем выражение (1) в скалярной форме (в проекции на радиус):

$$F_n = ma_n \quad (2)$$

В скалярной форме  $F = QvB \sin \alpha$ . В нашем случае  $\vec{v} \perp \vec{B}$  и  $\sin \alpha = 1$ , тогда  $F = QvB$ . Так как нормальное ускорение  $a_n = \frac{v^2}{R}$ , то выражение (2) перепишем следующим образом:

$$QvB = mv^2 / R$$

Отсюда находим радиус окружности:

$$R = mv / (QB)$$

Заметив, что  $mv$  есть импульс протона ( $p$ ), это выражение можно записать в виде

$$R = p / (QB) \quad (3)$$

Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е.  $A = \Delta T$ , или

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2$  - ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение  $U$ );  $T_1$  и  $T_2$  - начальная и конечная кинетические энергии протона.

Пренебрегая начальной кинетической энергией протона ( $T_1 \approx 0$ ) и выразив кинетическую энергию  $T_2$  через импульс  $p$ , получим

$$QU = p^2 / (2m)$$

Найдем из этого выражения импульс  $p = \sqrt{2mQU}$  и подставим его формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB},$$

или

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{2mU/Q}$$

(4)

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу длины (м):

$$\frac{[m^{1/2}][U^{1/2}]}{[B][Q^{1/2}]} = \frac{1}{1\text{Тл}} \left( \frac{1\text{кэВ} \cdot 1\text{В}}{1\text{Кл}} \right)^{1/2} = \frac{(1\text{кэВ})^{1/2} \cdot 1\text{А} \cdot \text{м}^2 (1\text{Дж})^{1/2}}{1\text{Дж} \cdot 1\text{Кл}} =$$

$$\frac{(1\text{кэВ})^{1/2} \cdot \text{м}^2}{(1\text{Дж})^{1/2} \cdot 1\text{с}} = \frac{(1\text{кэВ})^{1/2} \cdot \text{м}^2}{(1\text{кэВ})^{1/2} \cdot \text{м} / \text{с} \cdot \text{с}} = 1\text{м}.$$

Подставим в формулу (4) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \text{м} = 0,0118\text{м} = 11,8\text{мм}$$

**Пример 7.** Электрон, влетев в однородное магнитное поле ( $B = 0,2$  Тл), стал двигаться по окружности радиуса  $R = 5$  см. Определить магнитный момент  $p_m$  эквивалентного кругового тока.

*Решение.* Электрон начинает двигаться по окружности, если он влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Движение электрона по окружности эквивалентно круговому току, который в данном случае определяется выражением

$$I_{\text{экв}} = \frac{|e|}{T}$$

где  $e$  - заряд электрона;  $T$  - период его обращения.

Период обращения можно выразить через скорость электрона и путь, проходимый электроном за период

$$T = (2\pi R) / v. \quad \text{Тогда} \quad I_{\text{экв}} = |e| v / (2\pi R)$$

(1)

Зная  $I_{\text{экв}}$ , найдем магнитный момент эквивалентного кругового тока. По определению, магнитный момент контура с током выражается соотношением

$$p_m = I_{\text{экв}} S \quad (2)$$

где  $S$  - площадь, ограниченная окружностью, описываемой электроном ( $S = \pi R^2$ ).

Подставив  $I_{\text{экв}}$  из (1) в выражение (2), получим

$$p_m = \frac{|e|v}{2\pi R} \pi R^2$$

Сократим на  $\pi R$  и перепишем это выражение в виде:

$$p_m = \frac{1}{2} |e| v R \quad (3)$$

В полученном выражении известной является скорость электрона, которая связана с радиусом  $R$  окружности, по которой он движется, соотношением  $R = mv/(QB)$  (см. пример 2). Заменив  $Q$  на  $|e|$ , найдем интересующую нас скорость  $v = eBR/m$  и подставим ее в формулу (3):

$$p_m = \frac{|e^2| BR^2}{2m}$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу измерения магнитного момента ( $A \cdot m^2$ ):

$$\frac{[e^2][B][R^2]}{[m]} = \frac{(1Kл)^2 \cdot 1Тл \cdot (1м)^2}{1кг} = \frac{(1Kл)^2 \cdot 1Н}{1кг \cdot 1А \cdot м} = \frac{(1А)^2 \cdot c^2 \cdot кг \cdot м \cdot м^2}{1А \cdot м \cdot кг \cdot c^2} = 1А \cdot м^2$$

Произведем вычисления:

$$p_m = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,2 \cdot (0,05)^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} А \cdot м^2 = 7,03 \cdot 10^{-12} А \cdot м^2 = 7,03 нА \cdot м^2$$

**Пример 8.** Электрон движется в однородном магнитном поле ( $B = 10$  мТл) по винтовой линии, радиус  $R$  которой равен 1 см и шаг  $h = 6$  см. Определить период  $T$  обращения электрона и его скорость.

*Решение.* Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ( $\alpha \neq \pi/2$ ) к линиям магнитной индукции. Разложим, как это показано на рис.10, скорость электрона на две составляющие: параллельную вектору,  $v_{||}$ , и перпендикулярную ему,  $v_{\perp}$ . Скорость  $v_{||}$  в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии.

Скорость  $v_{\perp}$  в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ( $\vec{F}_L \perp \vec{v}_{\perp}$ ) (в отсутствие параллельной составляющей,  $v_{||} = 0$ , движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью  $v_{||}$  и равномерном движении по окружности со скоростью  $v_{\perp}$ .

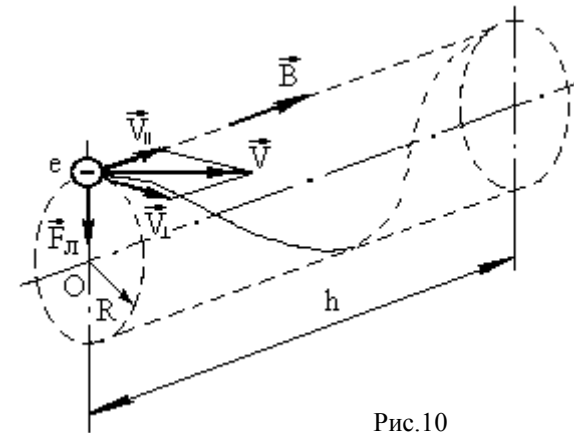


Рис.10

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением:

$$T = 2\pi R / v_{\perp} \quad (1)$$

Найдем отношение  $R/v_{\perp}$ . Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение  $a_n = \frac{v^2}{R}$ . Согласно второму закону Ньютона можно написать:

$$F_L = ma_n,$$

или

$$|e| v_{\perp} B = m v_{\perp}^2 / R \quad (2)$$

где  $v_{\perp} = v \sin \alpha$ .

Сократив (2) на  $v_{\perp}$ , выразим соотношение  $R/v_{\perp}$  ( $R/v_{\perp} = m/|e|B$ ) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу времени (с):

едем вычисления:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс}$$

Модуль скорости  $v$ , как это видно из рис.14.1, можно выразить через  $v_{\perp}$  и  $v_{\parallel}$ :

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}$$

Параллельную составляющую скорости  $v_{\parallel}$  найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения  $T$ , электрон пройдет в направлении магнитного поля расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е.  $h = T v_{\parallel}$ , откуда

$$v_{\parallel} = \frac{h}{T}$$

Подставив вместо  $T$  правую часть выражения (2), получим

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}$$

Таким образом, модуль скорости электрона

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[ (0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} \text{ м/с} = 2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

или 24,6 Мм/с.

### Движение заряженных частиц в совместных магнитном и электрическом полях

**Пример 9.** Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов 104 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ( $E=10$  кВ/м) и магнитное ( $B=0,1$  Тл) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

*Решение.* Для того, чтобы найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе. Воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменение кинетической энергии частиц:

$$QU = \frac{mv^2}{2}, \text{ откуда} \quad Q/m = v^2 / (2U) \quad (1).$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

- сила Лоренца  $\vec{F}_L = Q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$ , направленная перпендикулярно скорости и вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}$ ;
- кулоновская сила  $F_k = QE$ , сонаправленная с вектором напряженности  $\mathbf{E}$  электростатического поля ( $Q>0$ ).

Сделаем рисунок с изображением координатных осей и векторных величин. Направим вектор магнитной индукции вдоль оси  $oz$  (рис. 11). Скорость - в положительном направлении оси  $ox$ , тогда будут направлены так, как это указано на рисунке.

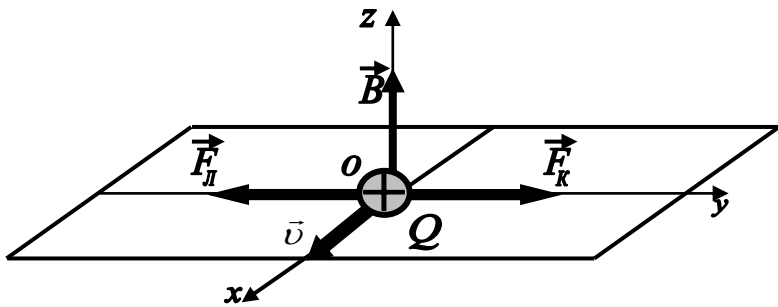


Рис. 11

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если будет выполняться соотношение  $\vec{F}_L + \vec{F}_K = 0$ . В проекции на ось  $oy$  получим соотношение:

$F_L - F_K = 0$  или  $QE - QvB = 0$ , откуда  $v = E/B$ , подставим это выражение в (1), получим  $Q/m = E^2 / (2UB^2)$ . Произведем вычисления и получим  $Q/m = 48,1 \text{ МкВ} / \text{кг}$ .

#### Магнитный поток

**Пример 10.** В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток  $I=50 \text{ А}$ , расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной  $l=65 \text{ см}$  параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Каков магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий рамку?

*Решение.* Магнитный поток  $\Phi$  через поверхность площадью определяется выражением  $\Phi = \int_S B_n dS$ . В нашем слу-

чае вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  перпендикулярен плоскости рамки. Поэтому для всех точек рамки  $B_n = B$ .

Магнитная индукция  $B$ , создаваемая бесконечно длинным прямым проводником с током, определяется формулой

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ , где  $x$ - расстояние от провода до точки, в которой

определяется  $B$ .

Для вычисления магнитного потока заметим, что так как  $B$  зависит от  $x$  и элементарный поток  $\Phi$  будет также зависеть от  $x$ , то

$$d\Phi = B(x)dS.$$

Разобьем площадь рамки на узкие элементарные площадки длиной  $l$ , шириной  $dx$  и площадью  $dS = ldx$

(рис.12). В пределах этой площадки магнитную индукцию можно считать постоянной, так как все части площадки равноудалены (на расстоянии  $x$ ) от провода.

С учетом сделанных замечаний элементарный магнитный поток можно записать в виде  $d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} ldx$ .

Проинтегрировав полученное выражение в пределах от  $x_1 = a$  до  $x_2 = 2a$ , найдем  $\Phi = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln 2$ .

Убедимся в том, что правая часть полученного равенства дает единицу магнитного потока (Вб):

$$[\mu_0][I][l] = 1 \text{ Гн} / \text{м} \cdot 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Вб}.$$

Произведя вычисления по формуле (1), найдем  $\Phi = 4 \text{ мкВб}$ .

#### Закон полного тока

**Пример 11.** Чугунное кольцо имеет воздушный зазор длиной  $l_0 = 5 \text{ мм}$ . Длина  $l$  средней линии кольца равна  $1 \text{ м}$ . Сколько витков  $N$  содержит обмотка на кольце, если при силе

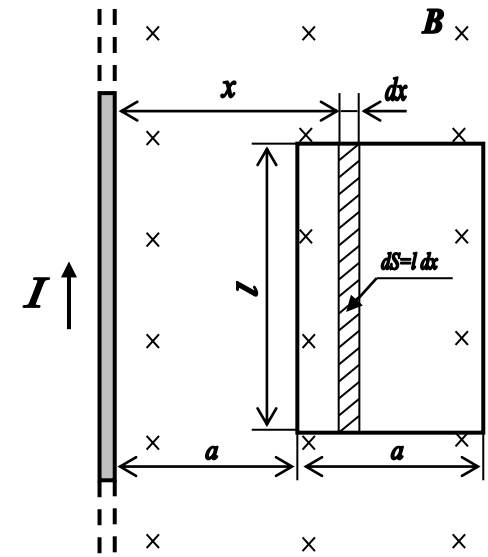


Рис. 12

тока  $I = 4$  А индукция  $B$  магнитного поля в воздушном зазоре равна 0,5 Тл? Рассеянием магнитного потока в воздушном зазоре можно пренебречь. Явление гистерезиса не учитывать.

*Решение.* Пренебрегая рассеянием магнитного потока, мы можем принять, что индукция поля в воздушном зазоре равна индукции поля в чугуне. На основании закона полного тока запишем:

$$IN = Hl + H_0 l_0$$

По графику (см. рис. 2) находим, что при  $B = 0,5$  Тл напряженность  $H$  магнитного поля в чугуне равна 1,2 кА/м. Так как для воздуха  $\mu = 1$ , то напряженность поля в воздушном зазоре:

$$H_0 = B / \mu_0 = 0,4 \cdot 10^6 \text{ А/м}$$

Искомое число витков

$$N = (Hl + H_0 l_0) / I = 800.$$

*Работа магнитного поля*

**Пример 12.** Плоский квадратный контур со стороной  $a = 10$  см, по которому течет ток  $I = 100$  А, свободно установился в однородном магнитном поле ( $B = 1$  Тл). Определить работу  $A$ , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1)  $\varphi = 90^\circ$ ; 2)  $\varphi = 3^\circ$ . При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

*Решение.* Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2)$$

где  $\Phi_1$  - магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения;  $\Phi_2$  - то же, после перемещения.

Если  $\varphi = 90^\circ$ , то  $\Phi_1 = BS$ ,  $\Phi_2 = 0$ . Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2$$

Задачу можно решить и другими способами:

1. Как известно, на контур с током в магнитном поле действует момент силы

$$M = p_m B \sin \varphi \quad (1)$$

где  $p_m = IS = Ia^2$  - магнитный момент контура;  $B$  - магнитная индукция;  $\varphi$  - угол между векторами  $\vec{p}_m$  (направлен по нормали к контуру) и  $\vec{B}$ .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитное поле. При этом момент силы равен нулю ( $M = 0$ ), а значит,  $\varphi = 0$ , т.е. векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил будет стремиться вернуть контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота  $\varphi$ ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме  $dA = Md\varphi$ .

Учитывая формулу (1), получаем

$$dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IBa^2 \int_0^\varphi \sin \varphi d\varphi \quad (2)$$

Работа при повороте на угол  $\varphi_1 = 90^\circ$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 |(-\cos \varphi)|_0^{\pi/2} = IBa^2 \quad (3)$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ ( $I = 100$  А,  $B = 1$  Тл,  $a = 10$  см = 0,1 м) и подставим в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}$$

Работа при повороте на угол  $\varphi_2 = 3^\circ$ . В этом случае, учитывая, что угол  $\varphi_2$  мал, заменим в выражении (2)  $\sin \varphi \approx \varphi$ :



$$A_2 = I B a^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} I B a^2 \varphi_2^2 \quad (4)$$

Выразим угол  $\varphi_2$  в радианах. После подстановки числовых значений величин в (4) найдем

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}$$

2. Воспользуемся выражением для механической потенциальной энергии контура с током в магнитном поле

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos \varphi$$

Тогда работа внешних сил

$$A = \Delta \Pi = \Pi_2 - \Pi_1 \text{ или } A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$$

Так как  $p_m = I a^2$ ,  $\cos \varphi_1 = 1$  и  $\cos \varphi_2 = 0$ , то

$$A = I b a^2$$

что совпадает с (3).

#### *Электродвижущая сила индукции*

**Пример 13.** Короткая катушка, содержащая  $N = 10^3$  витков, равномерно вращается с частотой  $\nu = 10 \text{ с}^{-1}$  относительно оси АВ, лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ( $B = 0,04 \text{ Тл}$ ). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с линиями поля. Площадь  $S$  катушки равна  $100 \text{ см}^2$ .

*Решение.* Мгновенное значение ЭДС индукции  $\varepsilon_i$  определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

Потокосцепление  $\Psi = N\Phi$ , где  $N$  - число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком  $\Phi$ . Подставив выражение  $\Psi$  в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий катушку в момент времени  $t$ , изменяется по закону  $\Phi = B S \cos \omega t$ , где  $B$  - магнитная индукция;  $S$  - площадь катушки;  $\omega$  - угловая скорость катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока  $\Phi$  и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = N B S \omega \sin \omega t$$

Заметив, что угловая скорость  $\omega$  связана с частотой вращения катушки соотношением  $\omega = 2\pi\nu$  и что угол  $\omega t = \pi/2 - \alpha$ , получим (учтено, что  $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$ )

$$\varepsilon_i = 2\pi\nu N B S \cos \alpha$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу ЭДС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2}{1 \text{ с}} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}^2}{1 \text{ А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}} = 1 \text{ В}$$

Произведем вычисления:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \text{ В} = 25,1 \text{ В}$$

**Пример 14.** По соленоиду течет ток  $I = 2 \text{ А}$ . Магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий поперечное сечение соленоида, равен  $4 \text{ мкВб}$ . Определить индуктивность  $L$  соленоида, если он имеет  $800$  витков.

*Решение.* Индуктивность есть величина, численно равная собственному потоку индукции  $\psi$ , сцепленному со всеми  $N$  витками соленоида (потокосцепление), когда по нему идет ток, равный единице силы тока:

$$L = \frac{\psi}{I}$$

Заменив здесь потокосцепление  $\psi$  его выражением через магнитный поток  $\Phi$  и число витков  $N$  соленоида ( $\psi = \Phi N$ ), получим

$$L = \frac{\Phi N}{I} \quad (1)$$

Подставив числовые значения в формулу (1) и произведем вычисления:

$$L = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 800}{2} \Gamma = 1,6 \cdot 10^{-3} \Gamma_{\text{н}} = 1,6 \text{ мГн.}$$

**Пример 15.** Если сила тока, проходящего в некотором соленоиде, изменяется на 50 А в секунду, то на концах соленоида возникает среднее значение э. д. с. самоиндукции, равное 0,08 В. Найти индуктивность соленоида.

*Решение.* Индуктивность численно равна э. д. с. самоиндукции, возникающей на концах соленоида, когда ток, проходящий через соленоид, равномерно изменяется на единицу силы тока в единицу времени. Математически это выражается известным законом Фарадея-Максвелла, примененным к э. д. с. самоиндукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(LI)}{\Delta t}.$$

Вынося постоянную величину  $L$  за знак приращения, получим

$$\varepsilon_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Знак “минус” показывает направление э. д. с. самоиндукции. При равномерном изменении тока в контуре

$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \text{const}$  независимо от интервала времени  $\Delta t$ . Если ток в

контуре изменяется по произвольному закону, то  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$  выра-

жает среднее значение скорости изменения тока за данный интервал времени  $\Delta t$ . Тогда  $L \frac{\Delta I}{\Delta t}$  будет выражать собой

среднее значение  $\langle \varepsilon_i \rangle$  э. д. с. самоиндукции за тот же ин-

тервал времени

$$\langle \varepsilon_i \rangle = L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Знак “минус” в этом выражении опущен, так как направление э. д. с. в данном случае несущественно. Отсюда находим интересующее нас выражение для индуктивности:

$$L = \frac{\langle \varepsilon_i \rangle}{\Delta I / \Delta t}.$$

Вычислим значение индуктивности:

$$L = \frac{0,08}{50} = 1,6 \cdot 10^{-3} \Gamma_{\text{н}} = 1,6 \text{ мГн}$$

### Оптика.

**Пример 1.** Расстояние  $r_1 = 1$  м, а расстояние  $r_2 = 1,0009$  м (рис.). Что будет наблюдаться в точке М: минимум или максимум освещенности, если частота световых волн, излучаемых источниками  $S_1$  и  $S_2$   $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц?

*Решение.*

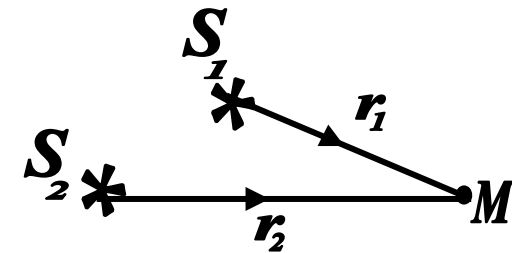


Рис. 13

Разность хода волн  $\Delta = r_2 - r_1$ ,

Длина световой волны  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , поэтому  $0,5\lambda = \frac{c}{2\nu}$ .

Разделим  $\Delta$  на  $0,5\lambda$ :

$$\frac{\Delta}{0,5\lambda} = \frac{2\nu(r_2 - r_1)}{c}.$$

Если при вычислении  $\frac{\Delta}{0,5\lambda}$  получим четное число, то в

точке  $M$  будет максимум, а если нечетное, то минимум:

$$\frac{\Delta}{0,5\lambda} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{14} (1,0009 - 1)}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^3 - \text{четное число.}$$

Значит в точке  $M$  будет максимум.

**Пример 2.** В опыте Юнга расстояние между щелями  $d = 0,5$  мм, а расстояние от щелей до экрана равно 2 м. Определите на каком расстоянии  $x$  от точки  $O$  на экране располагается первый максимум освещенности, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм.

*Решение.*

Для решения задачи свяжем отрезки  $x$ ,  $d$  и  $L$  с ходом лучей  $r_1$  и  $r_2$  до экрана.

Пути лучей  $r_1$  и  $r_2$  определим с помощью теоремы Пифагора как гипотенузы в прямоугольных треугольниках  $S_1 M C$  и  $S_2 M C$ :

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2. \quad (1)$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2. \quad (2)$$

Вычитая почленно из (2) (1), получим

$$r_2^2 - r_1^2 = 2xd \text{ или } (r_1 + r_2)(r_2 - r_1) = 2xd$$

Интерференционная картина будет четкой, если расстояние между источниками невелико по сравнению с расстоянием

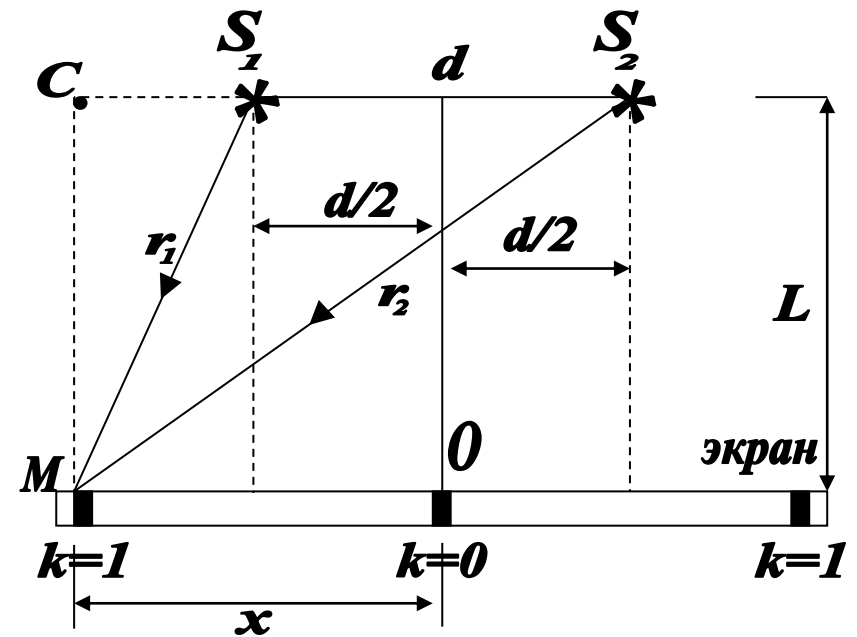


Рис. 14

их до экрана, т.е. когда  $d \ll L$ . В этом случае  $(r_1 + r_2) = 2L$  и  $(r_2 - r_1) = \frac{2xd}{2L}$  или

$$\Delta r = \frac{xd}{L}, \text{ откуда } x = \frac{\Delta r \cdot L}{d}$$

Согласно условию максимума освещенности при интерференции  $\Delta r = m\lambda$ .

$$\text{С учетом этого } x = \frac{m\lambda L}{d}.$$

Произведем вычисления  $x = 2 \cdot 10^{-3}$  м.

*Интерференция света в тонких пленках*

**Пример 3.** Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления  $n=1,25$ , меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки  $d_{min}$  отражение света с длиной волны  $\lambda=0,72$  мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей  $i=60^0$ ?

*Решение.* Оптическая разность хода лучей, отраженных от нижней и верхней поверхностей пленки (рис.),

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}, \quad (1)$$

где  $d$  - толщина пленки;  $n$  - показатель преломления пленки;  $i$  - угол падения лучей. В выражении учтено, что отражение лучей на обеих поверхностях происходит от оптически более плотной среды и поэтому потери полуволны в обоих случаях компенсируют друг друга. Условие интерференционного максимума

$$\Delta = \pm(2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad (m=1,2,\dots) \quad (2)$$

где  $\lambda$  - длина волны света. Подставляя (1) в (2) и учитывая, что выражение (1) положительно, получаем

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

Из (3) найдем возможные значения толщины пленки:

$$d = \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}. \quad (4)$$

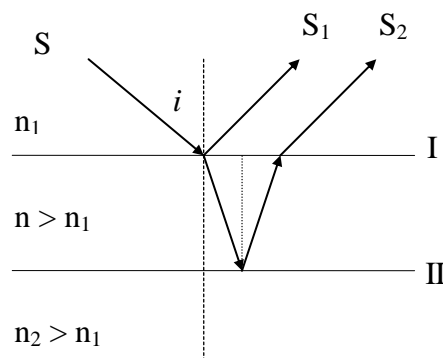


Рис. 15

Наименьшая толщина пленки наблюдается при  $m=1$ :

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} :$$

$$d_{min}=0,2 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,2 \text{ мкм.}$$

**Пример 4.** Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками заключен очень тонкий воздушный клин. На пластинки нормально падает монохроматический свет ( $\lambda=0,5$  мкм). Угол при вершине клина (угол между пластинками) равен  $\alpha = 1'40''$ . Определить число темных интерференционных полос в отраженном свете на протяжении  $l = 1$  см.

*Решение.*

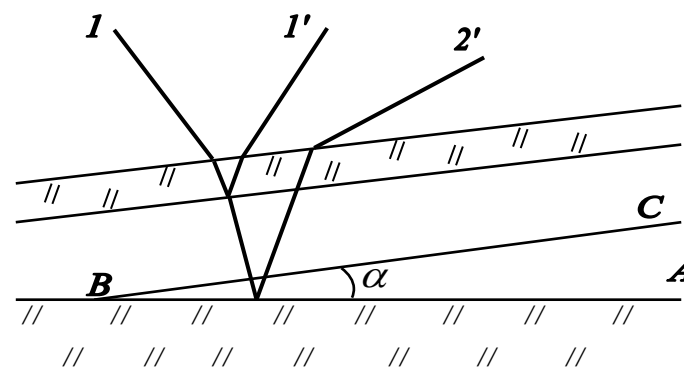


Рис. 16

В данном случае интерферируют лучи 1 и 2, отраженные от двух поверхностей воздушного клина. Чтобы различить ход лучей, угол падения лучей на пластинку взят отличным от нуля. Наблюдаемые на поверхности клина полосы будут полосами равной толщины, представляя собой геометрическое место точек, соответствующих одинаковой толщине клина. Эти полосы располагаются параллельно ребру клина и перпендикулярно плоскости чертежа. Пусть между точками В и А, расстояние между которыми  $l$  укладывается  $k$  по-

лос. А в точке В располагается  $m$ -я полоса. Из рис следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d_A - d_B}{l},$$

где  $d_A$  - толщина воздушного клина в точке А,  $d_B$  - толщина воздушного клина в точке В.

Поскольку угол  $\alpha$  - мал, то

$$\alpha = \frac{d_A - d_B}{l}.$$

(1)

Для  $m$ -ой темной полосы в точке В условие минимума интенсивности:

$$2d_B n \cos \beta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}.$$

Для  $(m+k)$ -ой темной полосы в точке А:

$$2d_A n \cos \beta = \pm 2(m+k) \frac{\lambda}{2}$$

Поскольку  $\cos \beta = 1$ ,  $n = 1$ , то

$$(d_A - d_B) = (m+k) \frac{\lambda}{2} - m \frac{\lambda}{2} = k \frac{\lambda}{2}.$$

Подставив в (1), получим  $\alpha = \frac{k\lambda}{2l}$ .

Отсюда  $k = \frac{2l\alpha}{\lambda}$ ;

(2)

$$\alpha(\text{рад}) = \frac{100''}{57 \cdot 3600} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Подставив числовые данные в (2) получим  $k=20$ .

### Кольца Ньютона

**Пример 5.** Для получения колец Ньютона используют плосковыпуклую линзу. Освещая ее монохроматическим

светом с длиной волны 0,6 мкм, установили, что расстояние между 5 и 6 светлыми кольцами Ньютона в отраженном свете равно 0,56 мм. Определить радиус кривизны линзы. Решение. Расстояние между кольцами есть разность радиусов  $r_6$  и  $r_5$  колец

$$\Delta r = r_6 - r_5.$$

Радиус светлого кольца в отраженном свете определяется по формуле

$$r_m = \sqrt{(2m-1) \frac{R\lambda}{2}}$$

где  $m$  - номер кольца.

$$\Delta r = \sqrt{(2 \cdot 6 - 1) \frac{\lambda}{2} R} - \sqrt{(2 \cdot 5 - 1) \frac{\lambda}{2} R} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2} (\sqrt{11} - \sqrt{9})};$$

$$(\Delta r)^2 = \frac{\lambda R}{2} \cdot (\sqrt{11} - 3)^2$$

$$\text{откуда } R = \frac{2\Delta r^2}{(\sqrt{11} - 3)^2 \lambda}.$$

Произведем вычисления и получим  $R \approx 10,4$  м.

### Дифракция света

#### Дифракция Френеля

**Пример 6.** На диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r=1$  мм падает нормальный параллельный пучок света длиной волны  $\lambda=0,05$  мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние  $b_{\max}$  от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

*Решение.* Расстояние, при котором будет видно темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон четное, то в центре дифракционной картины будет темное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убыва-

ет по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее четное число зон равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должны поместиться две зоны Френеля.

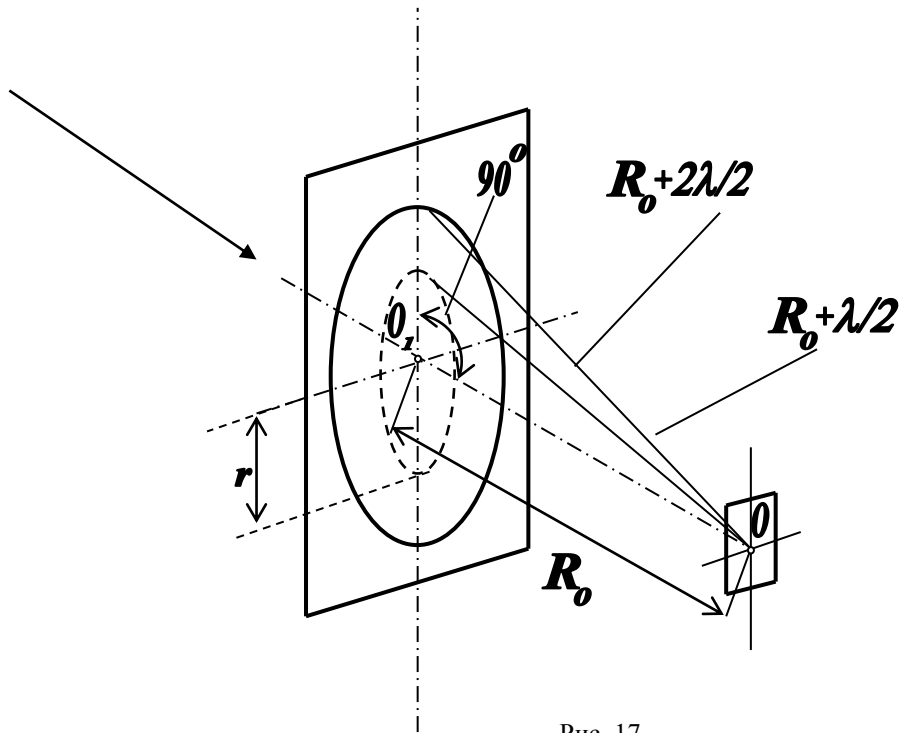


Рис. 17

Из рисунка следует, что расстояние от точки наблюдения  $O$  на экране до края отверстия на  $2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)$  больше, чем расстояние  $R_0 = b_{\max}$ .

По теореме Пифагора получим

$$r^2 = (b_{\max} + 2\frac{\lambda}{2})^2 - b_{\max}^2 = 2\lambda b_{\max} + \lambda^2$$

Учтя, что  $\lambda \ll b_{\max}$  и

что членом, содержащим  $\lambda^2$ , можно пренебречь, последнее

равенство перепишем в виде

$$r^2 = 2\lambda b_{\max}, \text{ откуда } b_{\max} = \frac{r^2}{2\lambda}.$$

Произведя вычисления по последней формуле, найдем  $b_{\max} = 1\text{ м}$ .

**Пример 7.** На щель шириной  $0,1\text{ мм}$  нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника с длиной волны  $0,6\text{ мкм}$ . Определите ширину центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии  $1\text{ м}$ .

*Решение.* Центральный максимум интенсивности света занимает область между ближайшими от него справа и слева минимумами интенсивности. Поэтому ширину центрального максимума интенсивности примем равной расстоянию между этими двумя минимумами интенсивности.

Минимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами  $\varphi$ , определяемыми условием

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda,$$

где  $k$  – порядок минимума; В нашем случае равен единице.

Расстояние между двумя минимумами на экране определим непосредственно по чертежу:  $l = 2L \operatorname{tg} \varphi$ . Заметив, что при малых углах  $\operatorname{tg} \varphi = \sin \varphi$ , перепишем эту формулу в виде  $l = 2L \sin \varphi$ .

Выразим  $\sin \varphi$  из первой формулы и подставим его во второе равенство:  $l = \frac{2Lk\lambda}{a}$ .

Произведя вычисления по данной формуле получим  $l = 1,2\text{ см}$ .

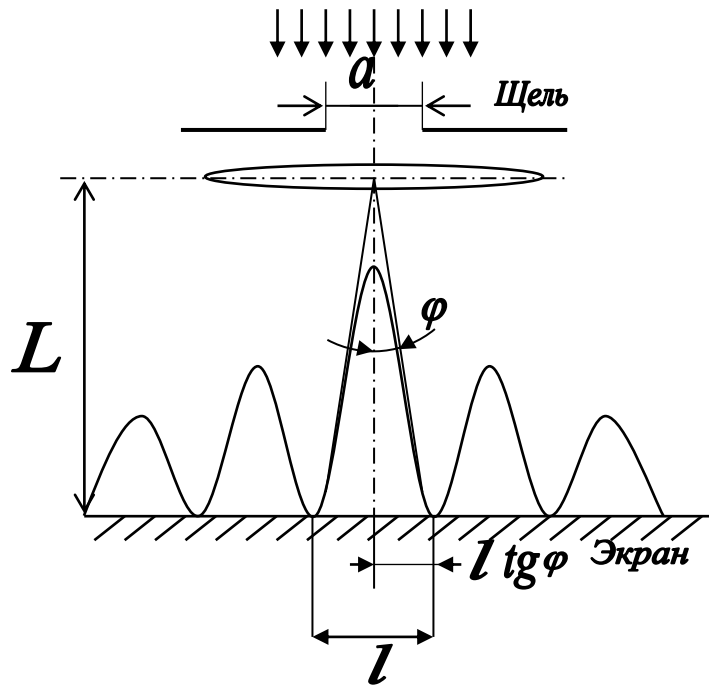


Рис. 18

**Пример 8.** На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны 0,5 мкм. Помещенная вблизи решетки линза проектирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на 1 м. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране 20,2 см. Определить: а) постоянную дифракционной решетки; б) число штрихов на 1 см; в) сколько максимумов дает при этом дифракционная решетка; г) максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

*Решение.* а) Постоянная дифракционной решетки  $a+b$ , длина волны  $\lambda$  и угол отклонения лучей  $\varphi$ , соответствующий последнему дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi_k = \pm k\lambda, \quad (1)$$

где  $k$  – порядок спектра или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае  $k=1$ ,  $\sin \varphi = \text{tg} \varphi$  (ввиду того, что  $\frac{l}{2} \ll L$ ), а

$$\text{tg} \varphi = \frac{l/2}{L}$$

С учетом этих трех равенств соотношение (1) примет вид

$$d \cdot \frac{l}{2L} = \lambda$$

откуда искомая величина

$$d = \frac{2L\lambda}{l}.$$

Подставляя данные, получим

$$d = \frac{2L\lambda}{l} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{0,202} \text{ м} = 4,95 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 4,95 \text{ мкм}.$$

б) Число штрихов на 1 см найдем из формулы

$$n = \frac{1}{d}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$n = \frac{1}{4,95 \cdot 10^{-4}} \text{ см}^{-1} = 2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}.$$

в) Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение  $k_{\text{max}}$ , исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей дифракционной решеткой не может превышать  $90^\circ$ .

Из формулы (1) найдем

$$k_{\text{max}} = \frac{d \sin \varphi_{\text{max}}}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значения величин, получим

$$k_{\max} = \frac{4,95}{0,5} = 9,9.$$

Число  $k$  обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как при этом значение  $\sin\varphi$  должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно,  $k_{\max} = 9$ .

Общее число максимумов, даваемых дифракционной решеткой, подсчитаем следующим образом. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному  $k_{\max}$ , т.е. всего  $2 k_{\max}$ . Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$M = 2 k_{\max} + 1.$$

Подставляя значение  $k_{\max}$ , определим

$$M = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

г) Максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному, найдем по формуле (1)

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{k_{\max} \lambda}{d}.$$

Подставляя данные, получим

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{9 \cdot 0,5}{4,95} = 0,91.$$

Отсюда искомое значение угла

$$\varphi_{\max} = 65,5^\circ$$

**Пример 9.** Постоянная дифракционной решетки 10 мкм, ее ширина  $l=2$  см. В спектре какого порядка эта решетка может разрешить дуплет  $\lambda_1=486,0$  нм и  $\lambda_2=486,1$  нм?

*Решение.* Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \quad (1)$$

где  $\Delta\lambda$  - минимальная разность длин волн двух спектраль-

ных линий  $\lambda$  и  $\lambda+\Delta\lambda$ , разрешаемых решеткой;  $k$  - порядок спектра;  $N$  - число щелей решетки. Так как постоянная решетки есть расстояние между серединами соседних щелей, то

$$N = \frac{l}{d}, \quad (2)$$

где  $l$  - ширина решетки. Из формулы (1) с учетом (2) находим

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{d\lambda}{kl}. \quad (3)$$

Дуплет спектральных линий  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  будет разрешен, если

$$\Delta\lambda \leq \lambda_2 - \lambda_1. \quad (4)$$

Подставляя (3) в (4), с учетом того, что  $\lambda = \lambda_1$

$$\frac{d\lambda_1}{kl} \leq \lambda_2 - \lambda_1. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что дуплет  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  будет разрешен во всех спектрах с порядком

$$k \geq \frac{c\lambda_1}{l(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\frac{d\lambda_1}{l(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 486,0 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot (486,1 - 486,0) \cdot 10^{-9}} = 2,43$$

Так как  $k$  - целое число, то  $k \geq 3$ .

### Поляризация света

**Пример 10.** Определите степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света в три раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

*Решение.* Степень поляризации света определяется по формуле



$$P = \frac{(I_{\max} - I_{\min})}{(I_{\max} + I_{\min})}.$$

(1)

Интенсивность света связана амплитудой светового вектора соотношением:

$$I \sim E_0^2 /$$

С учетом этого соотношения, формула (1) будет иметь вид:

$$P = \frac{(E_{0 \max}^2 - E_{0 \min}^2)}{(E_{0 \max}^2 + E_{0 \min}^2)} = \frac{(E_{0 \max}^2 / E_{0 \min}^2)^2 - 1}{(E_{0 \max}^2 / E_{0 \min}^2)^2 + 1}.$$

**Пример 11.** Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол  $100^\circ$  с падающим пучком. Определите показатель преломления жидкости, если отраженный луч света полностью поляризован.

*Решение.* Согласно закону Брюстера, свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления этих сред. Следовательно,

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

Согласно условию задачи, отраженный луч повернут на угол  $100^\circ$  относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то  $i_{\delta} = \frac{100}{2}$  и, следовательно,

$$\text{но } \operatorname{tg}\left(\frac{100}{2}\right) = \frac{n_2}{n_1}, \text{ откуда } n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}\left(\frac{100}{2}\right)}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим  $n_1 = 1,33$ .

**Пример 12.** Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых составляют угол  $60^\circ$ , если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5% падающего на них света.

*Решение.* Пучок естественного света, падая на грань николя  $N_1$ , расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Обыкновенный пучок вследствие полного отражения от оси николя отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок проходит через николь. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения и отражения в веществе николя.

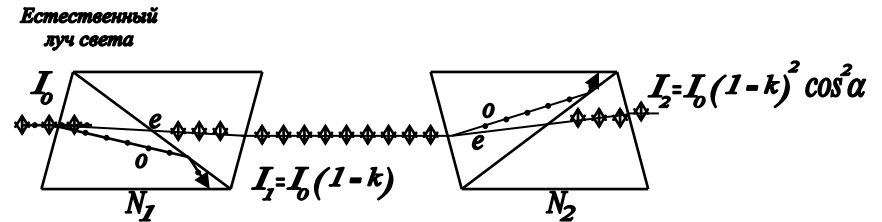


Рис. 19

Таким образом, интенсивность света, прошедшего через николь  $N_1$

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - (\kappa_1 + \kappa_2)) = \frac{1}{2} 0,9 I_0.$$

Пучок плоскополяризованного света интенсивности  $I_1$  падает на николь  $N_2$  и также расщепляется на обыкновен-

ный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается в николе, а интенсивность необыкновенного пучка света, вышедшего из николя, определяется законом Малюса (с учетом поглощения и отражения в этом николе)

$$I_2 = I_1 0,9 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} 0,9^2 I_0 \cos^2 \alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность  $I_0$  естественного света на интенсивность  $I_2$  света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{0,9^2 \cos^2 \alpha} = 9,88.$$

**Пример 13.** Пластина кварца толщиной  $l_1 = 1$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол  $\alpha = 20^\circ$ . Определить: 1) какова должна быть толщина кварцевой пластинки  $l_2$ , помещенной между двумя «параллельными» николями, чтобы свет был полностью погашен; 2) какой длины трубку с раствором сахара массовой концентрации  $0,4$  кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта? Удельное вращение раствора сахара равно  $0,665 \text{ град}/(\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^{-3})$ .

*Решение.* 1. Угол поворота плоскости поляризации кварцевой пластинкой определяется соотношением  $\alpha = \alpha_0 l$ .

Пользуясь этой формулой, выразим искомую толщину пластинки:  $l_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_0}$ , где  $\alpha_2$  - угол поворота плоскости поляризации, при котором свет будет полностью погашен ( $\alpha_2 = 90^\circ$ ).

Постоянную вращения для кварца найдем также из формулы  $\alpha = \alpha_0 l$ , подставив в нее заданные в условии за-

дачи значения  $l_1$  и  $\alpha_1$ :  $\alpha_0 = \frac{\alpha_1}{l_1}$ .

Подставив это выражение в формулу для искомой толщины  $l_2$ , получим  $l_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} l_1$ .

Произведя вычисления по этой формуле, найдем толщину пластинки  $l_2 = 4,5$  мм.

2. Длину трубки с сахарным раствором найдем из соотношения  $\alpha_2 = [\alpha_0] C l$ , выражающего угол поворота плоскости поляризации раствором сахара, где  $l$  - толщина раствора сахара (принимается равной длине трубки). Отсюда получим

$l = \frac{\alpha_2}{\alpha_0 C}$ . Подставив сюда значения

$\alpha_2, \alpha_0, C = 0,4 \text{ кг}/\text{л} = 400 \text{ кг}/\text{м}^3$  и произведем вычисления, найдем  $l = 3,8$  мм.

**Пример 14.** Естественный свет падает на поверхность диэлектрика под углом полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча составляет  $0,124$ . Найти коэффициент пропускания света.

*Решение.* Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность

$$I_{\parallel} = I_{\perp}, \quad (1)$$

где индексы  $\parallel$  и  $\perp$  обозначают колебания, параллельные и перпендикулярные плоскости падения света на поверхность диэлектрика, причем, интенсивность падающего света

$$I = I_{\parallel} + I_{\perp}. \quad (2)$$

При падении света под углом полной поляризации отражаются только волны, поляризованные в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Интенсивность преломленной волны

$$I'' = I''_{\parallel} + I''_{\perp}. \quad (3)$$

## Электродинамика

Составляющие интенсивности преломленной волны

$$I'' = I, \quad I''' = I - I'', \quad (4)$$

где  $I'$  - интенсивность отраженного света. Степень поляризации преломленного луча

$$p'' = \frac{I''_{\max} - I''_{\min}}{I''_{\max} + I''_{\min}} = \frac{I''_{\parallel} - I''_{\perp}}{I''_{\parallel} + I''_{\perp}} = \frac{I''_{\parallel} - I''}{I''} \quad (5)$$

С учетом равенств (4) и (1) выражение (5) можно представить в виде

$$p'' = \frac{I'}{I''}. \quad (6)$$

Коэффициент пропускания света

$$\tau = \frac{I''}{I} = \frac{I''}{(I' + I'')} \quad (7)$$

или с учетом выражения (6)

$$\tau = \frac{1}{(1 + p'')}.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\tau = \frac{1}{(1 + 0,124)} = 0,89$$

## Электродинамика

1. Бесконечно длинный тонкий проводник с током 50 А имеет изгиб радиусом 10 см. Определить в точке О магнитную индукцию поля, создаваемого этим током в случае а, изображенном на рис. 20.

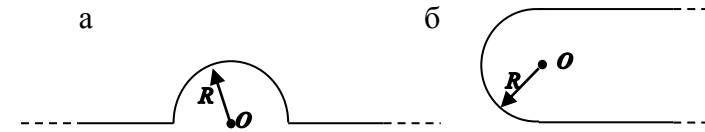


Рис. 20

2. Определить в точке О магнитную индукцию поля, создаваемого бесконечно длинным тонким проводником с током 100 А в случае б, изображенном на рис. 20.  $R=5$  см.

3. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми  $d=6$  см, текут одинаковые токи  $I=1$  А. Определить индукцию В и напряженность Н магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние  $r=6$  см, если токи текут: а) в одинаковом, б) в противоположных направлениях.

4. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами  $a=10$  см и  $b=20$  см, течет ток силой  $I=40$  А. Определить напряженность Н и индукцию В магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

5. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам, скрещенным под прямым углом текут токи  $I_1=20$  А и  $I_2=30$  А в одном направлении. Расстояние  $d$  между проводами равно 10 см. Вычислить магнитную индукцию В в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние  $r=5$  см.

6. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окруж-

ности  $H_1=100\text{А/м}$ . Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность  $H_2$  магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

7. Ток силой  $I=10\text{ А}$  течет по проводнику, согнутого под прямым углом. Найти напряженность  $H$  магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии  $b=10\text{ см}$ . Считать, что оба конца проводника находятся очень далеко от вершины угла.

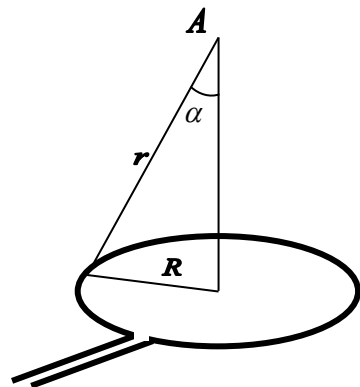


Рис. 21

8. По тонкому кольцу радиусом  $R=10\text{ см}$  течет ток  $I=50\text{ А}$  (рис.21). Определить магнитную индукцию  $B$  на оси кольца в точке  $A$ . Угол  $\alpha=\pi/3$ .

9. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как показано на рисунке 22, течет ток  $I=100\text{ А}$ . Определить магнитную индукцию и напряженность магнитного поля в точке  $O$ . Радиус дуги  $R=10\text{ см}$ . Угол  $\alpha=120^\circ$ .

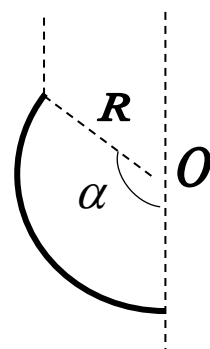


Рис. 22

10. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в разных направлениях электрические токи силой  $I=60\text{ А}$ , расположены на расстоянии  $d=10\text{ см}$  друг от друга. Определить магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого проводниками с током в точке  $A$ , отстоящей от оси одного проводника на расстоянии  $r_1=5\text{ см}$ , от другого –  $r_2=12\text{ см}$ .

11. Протон движется по окружности радиусом  $0,5\text{ см}$  с линейной скоростью  $10^6\text{ м/с}$ . Опреде-

лить магнитный момент, создаваемый эквивалентным круговым током.

12. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле, стали двигаться по окружностям радиуса  $R_1=6\text{ см}$  и  $R_2=3,46\text{ см}$ . Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

13. Однозарядный ион натрия прошел ускоряющую разность потенциалов  $1\text{ кВ}$  и влетел в однородное магнитное поле ( $B=0,5\text{ Тл}$ ). Определить относительную атомную массу иона, если он описал окружность радиусом  $4,37\text{ см}$ .

14. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $645\text{ В}$ , влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное ( $B=1,5\text{ Тл}$ ) и электрическое ( $E=200\text{ В/м}$ ) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

15. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов  $U$  и стал двигаться в однородном магнитном поле ( $B=0,5\text{ Тл}$ ) по винтовой линии с шагом  $h=5\text{ см}$  и радиусом  $R=0,5\text{ см}$ . Определите ускоряющую разность потенциалов, которую прошел протон.

16. Магнитное ( $B=2\text{ мТл}$ ) и электрическое ( $E=1,6\text{ кВ/м}$ ) поля сонаправлены. Перпендикулярно векторам  $B$  и  $E$  влетает электрон со скоростью  $0,8\text{ Мм/с}$ . Определить ускорение электрона.

17. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов  $U=200\text{ В}$  и, попав в однородное магнитное поле, стал двигаться по винтовой линии с радиусом  $R=1\text{ см}$  и шагом  $h=4\text{ см}$ . Определите магнитную индукцию  $B$  поля.

18. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов  $U=100\text{ В}$  и, влетев в однородное магнитное поле ( $B=0,1\text{ Тл}$ ), стала двигаться по винтовой линии с шагом  $h=6,5\text{ см}$  и радиусом  $R=1\text{ см}$ . Определите отношение заряда к ее массе.

19. Протон влетел в однородное магнитное поле под

углом  $\alpha=60^\circ$  к направлению линии поля и движется по спирали, радиус которого  $R=2,5\text{ см}$ . Индукция магнитного поля  $B=0,05\text{ Тл}$ . Найти кинетическую энергию протона.

20. Ион, попав в магнитное поле ( $B=0,01\text{ Тл}$ ), стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию  $T$  (в эВ) иона, если магнитный момент эквивалентного кругового тока равен  $1,6 \cdot 10^{-14}\text{ А} \cdot \text{м}^2$ .

21. В однородном магнитном поле индукцией  $B=1,3 \cdot 10^{-8}\text{ Тл}$  подвешен на двух проводящих нитях медный проводник длиной  $l=4\text{ см}$  и диаметром  $d=1\text{ мм}$ , на концах которого поддерживается разность потенциалов  $\varphi_1-\varphi_2=U=10\text{ В}$ . Поле направлено от наблюдателя за чертеж. Чему равна сила натяжения  $F_H$  каждой нити? Среда - воздух. Удельное сопротивление меди  $\rho_c=1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}$ , ее плотность  $\rho_n=8900\text{ кг/м}^3$ .

22. Рамка гальванометра длиной  $a=4\text{ см}$  и шириной  $b=1,5\text{ см}$ , содержащая  $N=200$  витков тонкой проволоки, находится в магнитном поле индукцией  $B=0,1\text{ Тл}$ . Плоскость рамки параллельна линиям вектора  $B$ . Найти вращающий момент сил  $M$ , действующий на рамку, когда по ней течет ток плотностью  $j=1\text{ мА/мм}^2$ . Площадь поперечного сечения проводника рамки  $S=1\text{ мм}^2$ .

23. На проволочный виток радиусом  $R=4\text{ см}$ , помещенный между полюсами магнита, действует максимальный вращающий момент сил  $M_m=6,5 \cdot 10^{-7}\text{ Н} \cdot \text{м}$ . При этом за каждые  $t=2\text{ с}$  через поперечное сечение проводника витка проходит  $N=10^{19}$  электронов. Определить индукцию магнитного поля  $B$ , в которое помещен виток. Модуль заряда электрона  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл}$ .

24. Стержень длиной  $l=50\text{ см}$  лежит перпендикулярно рельсам, расстояние между которыми равно его длине. Рельсы составляют с горизонтом угол  $\alpha=30^\circ$ . Какой должна быть индукция  $B$  магнитного поля, перпендикулярного плоскости рельсов, чтобы стержень двигался по рельсам равномерно и прямолинейно: вверх; вниз, когда по ним

пропустят ток силой  $I=40\text{ А}$ ? Коэффициент трения стержня о рельсы  $k=0,6$ . Масса стержня  $1\text{ кг}$ .

25. В однородном магнитном поле индукцией  $B=25\text{ мТл}$  подвешен на двух проводящих нитях проводник длиной  $4\text{ см}$ , расположенной перпендикулярно линиям вектора  $B$ , а сами линии вектора  $B$  направлены вниз. При пропускании по проводнику тока, плотность которого  $j=10\text{ А/мм}^2$ , он отклонился от положения равновесия на угол  $\varphi=30^\circ$ . Определить диаметр поперечного сечения проводника  $d$ , если масса проводника  $m=1\text{ г}$ . Среда - воздух. Как направлен ток в проводнике?

26. Внутри бесконечно длинного соленоида с током  $I_1=4\text{ А}$  расположен круговой контур радиусом  $R=0,5\text{ см}$  с током  $I_2=1\text{ А}$  так, что его плоскость параллельна магнитным линиям соленоида. На длине соленоида  $l=10\text{ см}$  имеется  $N=40$  витков. Определить момент сил  $M$ , вращающих круговой контур.

27. Проводник длиной  $l=1\text{ м}$  расположен перпендикулярно силовым линиям горизонтального магнитного поля с индукцией  $B=8\text{ мТл}$ . Какой должна быть сила тока в проводнике, чтобы он находился в равновесии в магнитном поле? Масса проводника  $m=8 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$ .

28. Прямой провод расположен между полюсами электромагнита перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. Сила тока в проводе  $I=1000\text{ А}$ . С какой силой действует поле на единицу длины провода, если индукция поля электромагнита  $B=1\text{ Тл}$ ?

29. На каждый  $l=1\text{ м}$  длины воздушных проводов троллейбусной линии, расположенных на расстоянии  $r=0,5\text{ м}$  друг от друга, действует сила  $F=1,5\text{ Н}$ . Найти силу тока в проводах..

30. На квадратную рамку со стороной  $a=5\text{ см}$ , плоскость которой параллельна магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией  $B=0,02\text{ Тл}$ , действует максимальный вращающий момент сил  $M_m=0,02\text{ Н} \cdot \text{м}$ . Найти

напряжение  $U$  на концах медного проводника, из которого изготовлена рамка. Площадь поперечного сечения этого проводника  $S_{сеч} = 0,05 \text{ мм}^2$ , удельное сопротивление меди  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ .

31. Плоская квадратная рамка со стороной 20 см лежит в одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток 100 А. Рамка расположена так, что ближайшая к проводу сторона параллельна ему и находится на расстоянии 10 см от провода. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

32. Определить во сколько раз отличаются магнитные потоки, пронизывающие рамку при его двух положениях относительно прямого проводника с током, представленных на рис. 23.

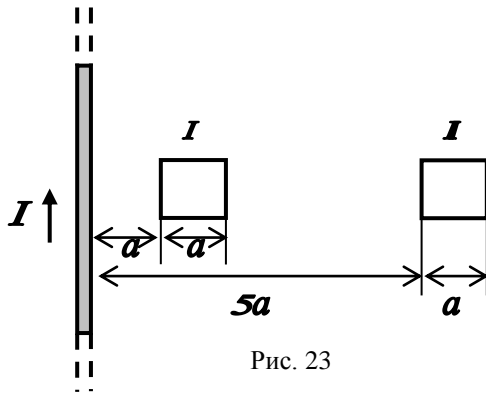


Рис. 23

33. В железном сердечнике соленоида индукция  $B=1,3 \text{ Тл}$ . Железный сердечник заменили стальным. Определить, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной.

34. Стальной сердечник тороида, длина которого по средней линии 1 м, имеет вакуумный зазор длиной 4 мм. Обмотка содержит  $n=8$  витков на сантиметр. При какой силе тока индукция в зазоре будет равна  $B=1 \text{ Тл}$ ?

35. Железный сердечник кольцевого соленоида диаметром 20 см имеет вакуумный зазор в 1 см. При напряженности поля в соленоиде в 9200 А/м индукция в зазоре 0,95 Тл. Чему будет равна индукция в сердечнике, если железное кольцо сделать сплошным?

36. Обмотка тороида, имеющего стальной сердечник с узким вакуумным зазором, содержит  $N=1000$  витков. По обмотке течет ток  $I=1 \text{ А}$ . При какой длине вакуумного зазора индукция  $B$  магнитного поля в нем будет равна 0,5 Тл? Длина тороида по средней линии  $l=1 \text{ м}$ .

37. Длина чугунного тороида по средней линии  $l=1,2 \text{ м}$ , сечение  $S=20 \text{ см}^2$ . По обмотке тороида течет ток, создающий в узком вакуумном зазоре магнитный поток  $\Phi=0,5 \text{ мВб}$ . Длина зазора  $l_0=8 \text{ мм}$ . Какова должна быть длина зазора, чтобы магнитный поток в нем при той же силе тока увеличился в два раза?

38. Плоский контур, площадь которого равна  $300 \text{ см}^2$ , находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,01 \text{ Тл}$ . Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток 10 А. Определить работу внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, где магнитное поле отсутствует.

39. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого провода радиусом 10 см, течет ток 100А. Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле с индукцией 0,1 Тл, по направлению совпадающей с индукцией собственного магнитного поля кольца. Определить работу внешних сил, которые, действуя на провод, деформировали его и придали ему форму квадрата. Сила тока поддерживалась неизменной.

40. Квадратная рамка со стороной  $a=10 \text{ см}$ , по которой течет ток 200 А, свободно установилась в однородном магнитном поле ( $B=0,2 \text{ Тл}$ ). Определить работу, которую необходимо совершить при повороте рамки вокруг оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям магнитной индукции, на угол  $\vartheta = 2\pi/3$ .

41. Рамка, содержащая  $N=1000$  витков площадью  $S=100 \text{ см}^2$ , равномерно вращается с частотой  $n=10 \text{ с}^{-1}$  в магнитном поле напряженностью  $H=10^4 \text{ А/м}$ . Ось вращения

лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную э.д.с. индукции  $\mathcal{E}_{\max}$ , возникающую в рамке.

42. Рамка площадью  $S=100 \text{ см}^2$  равномерно вращается с частотой  $n=5 \text{ с}^{-1}$  относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля ( $B=0,5 \text{ Тл}$ ). Определить среднее значение э.д.с. индукции  $\langle \mathcal{E}_i \rangle$  за время, в течении которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

43. Рамка из провода сопротивлением  $R=0,04 \text{ Ом}$  равномерно вращается в однородном магнитном поле ( $B=0,6 \text{ Тл}$ ). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции. Площадь рамки  $S=200 \text{ см}^2$ . Определить заряд  $Q$ , который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиям индукции: 1) от  $0$  до  $45^\circ$ ; 2) от  $45^\circ$  до  $90^\circ$ .

44. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд  $Q=50 \text{ мкКл}$ . Определить изменение магнитного потока  $\Delta\Phi$  через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра  $R=10 \text{ Ом}$ .

45. Тонкий медный провод массой  $m=5 \text{ г}$  согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ( $B=0,2 \text{ Тл}$ ), так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд  $Q$ , который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

46. Проволочный виток диаметром  $D=5 \text{ см}$  и сопротивление  $R=0,02 \text{ Ом}$  находится в однородном магнитном поле ( $B=0,3 \text{ Тл}$ ). Плоскость витка составляет угол  $\alpha=40^\circ$  с линиями индукции. Какой заряд  $Q$  потечет по витку при выключении магнитного поля?

47. Кольцо из медного провода массой  $m=20 \text{ г}$  помещено в однородное магнитное поле ( $B=0,5 \text{ Тл}$ ) так, что

плоскость кольца составляет угол  $\alpha=30^\circ$  с линиями магнитной индукции. Определить заряд  $Q$ , который пройдет по кольцу, если снять магнитное поле.

48. Рамка, содержащая  $N=100$  витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки  $S=50 \text{ см}^2$ . Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ( $B=0,05 \text{ Тл}$ ). Определить максимальную э.д.с.  $\mathcal{E}_{\max}$ , которое индуцируется в рамке при ее вращении с частотой  $n=40 \text{ с}^{-1}$ .

49. В однородном магнитном поле ( $B=0,1 \text{ Тл}$ ) равномерно с частотой  $n=5 \text{ с}^{-1}$  вращается стержень  $l=50 \text{ см}$  так, что плоскость его вращения перпендикулярно линиям напряженности, а ось вращения проходит через один его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов равную  $U$ .

50. При уменьшении силы тока с  $I_1 = 5 \text{ А}$  на  $80\%$  в течение  $\Delta t = 20 \text{ мс}$  в контуре возбудилось ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_s = 100 \text{ В}$ . Найти индуктивность  $L$  контура.

### Оптика

51. Зная формулу радиуса  $k$ -й зоны Френеля для сферической волны ( $\rho_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$ ), вывести соответствующую формулу для плоской волны.

52. Вычислить радиус  $\rho_5$  пятой зоны Френеля для плоского волнового фронта ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ), если построение делается для точки наблюдения, находящейся на расстоянии  $b=1 \text{ м}$  от фронта волны.

53. Радиус  $\rho_4$  четвертой зоны Френеля для плоского волнового фронта равен  $3 \text{ мм}$ . Определить радиус  $\rho_6$  шестой зоны Френеля.

54. На диафрагму с круглым отверстием диаметром  $d = 4 \text{ мм}$  падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии  $b = 1 \text{ м}$  от него.

Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдений поместить экран?

55. Плоская световая волна ( $\lambda = 0,5$  мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром  $d = 1$  см. На каком расстоянии  $b$  от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстие открывало: 1) одну зону Френеля; 2) две зоны Френеля?

56. Плоская световая волна ( $\lambda = 0,5$  мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием диаметром  $d = 1$  м. На каком расстоянии  $b$  от отверстия должна находиться точка наблюдения, чтобы отверстия, находящиеся на расстоянии  $b_i$  от его центра, наблюдаются максимумы интенсивности. 1. Получить вид функции  $b = f(r, \lambda, n)$ , где  $r$  – радиус отверстия;  $\lambda$  – длина волны;  $n$  – число зон Френеля, открываемых для данной точки оси отверстием. 2. Сделать то же самое для точек оси отверстия, в которых наблюдаются минимумы интенсивности.

57. Плоская световая волна ( $\lambda = 0,7$  мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1,4$  мм. Определить расстояния  $b_1, b_2, b_3$  от диафрагмы до трех наиболее удаленных от нее точек, в которых наблюдаются минимумы интенсивности.

58. Анализатор в  $k = 2$  раза уменьшает интенсивность света, приходящегося к нему от поляризации. Определить угол  $\alpha$  между плоскостями пропускающей поляризатора и анализатора. Потери интенсивности света в анализаторе пренебречь.

59. Угол  $\alpha$  между плоскостями пропускающей поляризатора и анализатора равен  $45^\circ$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до  $60^\circ$ ?

60. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускающей которых образует угол  $\alpha = 30^\circ$ , если в каждом из николей в от-

дельности теряется 10 % интенсивности падающего на него света?

61. В частично-поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в  $n = 2$  раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации  $P$  света.

62. Степень поляризации  $P$  частично-поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?

63. На пути частично-поляризованного света, степень поляризации  $P$  которого равна 0,6, поставили анализатор так, что интенсивность света, прошедшего через него, стала максимальной. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол  $\alpha = 30^\circ$ ?

64. На николь падает пучок частично-поляризованного света. При некотором положении николя интенсивность света, прошедшего через него, стала минимальной. Когда плоскость пропускания николя повернули на угол  $\beta = 45^\circ$ , интенсивность света возросла в  $k = 1,5$  раза. Определить степень поляризации  $P$  света.

65. Пластику кварца толщиной  $d_1 = 2$  мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации света повернулась на угол  $\varphi = 53^\circ$ . Определить толщину  $d_2$  пластинки, при которой данный монохроматический свет не проходит через анализатор.

66. Никотин (читая жидкость), содержащийся в стеклянной трубке длиной  $d = 8$  см, поворачивает плоскость поляризации желтого света натрия на угол  $\varphi = 137^\circ$ . Плотность никотина  $\rho = 1,01 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Определить удельное вращение  $[\alpha]$  никотина.

67. Раствор глюкозы с массовой концентрацией



$C_1 = 280 \text{ кг/м}^3$ , содержащийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол  $\varphi_1 = 32^\circ$ . Определить массовую концентрацию  $C_2$  глюкозы в другом растворе, налитом в трубку такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации на угол  $\varphi_2 = 24^\circ$ .

68. Угол  $\varphi$  поворота плоскости поляризации желтого света натрия при прохождении через трубку с раствором сахара равен  $40^\circ$ . Длина трубки  $d = 15 \text{ см}$ . Удельное вращение  $[\alpha]$  сахара равно  $1,17 \times 10^{-2} \text{ рад} \cdot \text{м}^3 / (\text{м} \cdot \text{кг})$ . Определить плотность  $\rho$  раствора.

69. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол  $\varphi$  отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракции полос, равен  $1^\circ$ . Сколько длинам волн падающего света равна ширина щели?

70. На щель шириной  $a = 0,1 \text{ мм}$  падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ). За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Что будет наблюдаться на экране, если угол  $\varphi$  дифракции равен: 1)  $17'$ ; 2)  $43'$ .

71. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ) максимум пятого порядка отклонен на угол  $\varphi = 18^\circ$ ?

72. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 100$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определить длину волны  $\lambda$  света.

73. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонения на угол  $\varphi_1 = 14^\circ$ . На какой угол  $\varphi_2$  отклонен максимум третьего порядка?

74. Дифракционная решетка содержит  $n = 200$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ . На решетку падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

75. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 400$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. Определить угол  $\varphi$  дифракции, соответствующий последнему максимуму.

76. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ( $\lambda = 0,4 \text{ мкм}$ ) спектра третьего порядка?

77. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 500$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ , падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину  $b$  спектра первого порядка на экране, если расстояние  $L$  линзы до экрана равно  $3 \text{ м}$ . Границы видимости спектра  $\lambda_{\text{кр}} = 780 \text{ нм}$ ,  $\lambda_{\text{ф}} = 400 \text{ нм}$ .

78. Расстояние между двумя когерентными источниками света ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ) равно  $0,1 \text{ мм}$ . Расстояние между интерференционными максимумами в средней части интерференционной картины равно  $1 \text{ см}$ . Определить расстояние от источников до экрана.

79. На бипризму Френеля падает свет ( $\lambda = 600 \text{ нм}$ ) от источника. Найти расстояние между соседними интерференционными максимумами, образующимися на экране в результате интерференции, если расстояние от источника до призмы  $1 \text{ м}$ , а от призмы до экрана  $4 \text{ м}$ . Преломляющий угол призмы  $2 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ , показатель преломления ее  $n = 1,5$ .

80. Найти число  $N$  полос интерференции, образованных бипризмой с показателем преломления  $n$  и преломля-

ющим углом  $\varphi$ , если длина волны источника  $\lambda$ . Расстояние от источника света до бипризмы  $a$ , а от бипризмы до экрана  $b$ .

81. На зеркала Френеля, поставленные под углом  $\alpha = 10^\circ$ , падает свет от щели, находящейся на расстоянии  $r = 10$  см от линии пересечения зеркал. Длина волны источника  $\lambda = 600$  нм. Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране, расположенном на расстоянии  $L = 270$  см от линии пересечения зеркал. Определить расстояние между интерференционными полосами на экране и наибольшую ширину щели, при которой интерференционная картина может наблюдаться.

82. Определить угол  $\alpha$  между зеркалами Френеля, если расстояние  $x$  между максимумами интерференции на экране равно 1 мм, расстояние  $a$  от линии пересечения зеркал до экрана 1 м, а до источника  $r = 10$  см. Длина волны монохроматического света  $\lambda = 0,496$  мкм. Интерферирующие лучи падают на экран нормально.

83. Интерференционная картина на экране  $M$  получается с помощью схемы, изображенной на рис. Источник  $S_1$ , находящийся на расстоянии  $l_1 = 1$  м от экрана, изучает монохроматический свет ( $\lambda = 0,5$  мкм). Плоскость зеркала  $Z$  параллельна лучу  $S_1A$  и удалена от него на расстоянии  $h = 2$  мм. Определить, что будет наблюдаться в точке  $A$  (усиление или гашение). Как изменится освещенность в этой точке, если на пути луча  $S_1A$ , перпендикулярно к нему поместить плоскопараллельную стеклянную пластинку ( $n = 1,55$ ) толщиной  $d = 6$  мкм?

84. На диафрагму с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии  $d = 2,2$  мм, падает нормально монохроматический свет. Интерференционная картина образуется на экране, отстоящем от диафрагмы на расстоянии  $l = 100$  см. Куда и на какое расстояние сместятся интерференционные полосы, если одну из щелей закрыть стеклянной пластиной толщиной  $h = 1$  мкм и с показателем преломле-

ния  $n = 1,5$ ?

85. Два когерентных источника света с длиной волны  $\lambda = 480$  нм создают на экране интерференционную картину. Если на пути одного из пучков поместить тонкую кварцевую пластину с показателем преломления  $n = 1,46$ , то интерференционная картина смещается на  $m = 69$  полос. Определить толщину  $d$  пластины.

86. Тонкая пленка с показателем преломления  $n = 1,5$  освещается рассеянным светом с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. При какой минимальной толщине пленки исчезнут интерференционные полосы?

87. Какова толщина мыльной пленки, если при наблюдении ее в отраженном свете она представляется зеленой ( $\lambda = 0,5$  мкм). Когда угол между нормалью и лучом зрения равен  $35^\circ$ ? Показатель преломления мыльной воды принять 1,33.

88. На плоской прозрачной поверхности образована тонкая прозрачная пленка толщиной 0,396 мкм. Какую окраску примет пленка при освещении ее белым светом, падающим под углом  $30^\circ$ ?

Показатель преломления стекла 1,5, а материала пленки 1,4.

89. На стеклянную пластинку ( $n_1 = 1,5$ ) нанесена прозрачная пленка ( $n_2 = 1,4$ ). На пленку нормально к поверхности падает монохроматический свет ( $\lambda = 600$  нм). Какова наименьшая толщина пленки, если в результате интерференции отраженные лучи максимально ослаблены?

90. Определите толщину слоя масла на поверхности воды, если при наблюдении под углом  $60^\circ$  к нормали в спектре отраженного света видна значительно усиленная желтая линия с длиной волны  $\lambda = 0,589$  мкм.

91. Каковы должны быть пределы изменения толщины пластинки с показателем преломления  $n = 1,6$ , чтобы можно было наблюдать интерференционный максимум 10-го порядка для света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм?

92. Плосковыпуклая стеклянная линза с  $R = 1$  м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус шестого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_6 = 2$  мм. Определите длину световой волны.

93. Установка для наблюдения кольца Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ( $\lambda = 600$  нм). Радиус кривизны  $R$  линзы равен 1 м. Определить толщину  $d$  воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

94. Между стеклянной пластиной и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус  $r_3$  третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,443$  мкм равен 1 мм. Радиус кривизны линзы 1 м.

95. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой налита жидкость. Радиус 8-го темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете ( $\lambda=700$  нм) равен 2 мм. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы  $R=1$  м. Найти показатель преломления жидкости.

96. Наблюдатель отсчитывает ширину 10 колец Ньютона вдали от их центра. Она оказывается равной 0,7 мм. Ширина следующих 10 колец оказывается равной 0,4 мм. Наблюдение производится в отраженном свете и при длине волны 589 нм. Определить радиус кривизны поверхности линзы.

97. Определить удельное вращение мятного масла, плотность которого  $0,905$  г/см<sup>3</sup> в трубке длиной 10 см, если угол вращения равен  $22^\circ$ .

98. Пластинку кварца толщиной  $d = 1,5$  мм поместил между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол  $\varphi = 39,75^\circ$ . Какой наименьшей толщины  $d_{min}$  следует

взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темноты?

99. При прохождении света через трубку длиной  $d_1 = 15$  см, содержащую раствор сахара концентрацией  $C_1 = 5,2\%$ , плоскость поляризации света повернулась на угол  $\varphi_1 = 5,2^\circ$ . В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной  $d_2 = 20$  см, плоскость поляризации повернулась на угол  $\varphi_2 = 13,3^\circ$ . Определить концентрацию  $C_2$  второго раствора.

100. Определить угол полной поляризации при падении света на поверхность стеклянной пластинки и скорость света в ней, если  $n=1,52$ .

