

Лабораторная работа № 2.

Проверка закона Ома для переменного тока

ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Определить омическое R , индуктивное R_L сопротивление катушки и емкостное сопротивление R_C конденсатора;
2. Проверить закон Ома для переменного тока с различными элементами цепи.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

1. Катушка индуктивности
2. Конденсатор
3. Многопредельный амперметр
4. Вольтметр
5. Источник питания.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Электрические цепи переменного тока нельзя описать методами, которые используются для цепей постоянного тока. Для их описания необходимо исходить из того, что в более совершенных физических теориях сохраняется вид физических законов, изменяется лишь представление физических величин, связь между которыми устанавливают эти законы.

Поэтому закон Ома постоянного и переменного тока записывается одинаково. Вопрос в другом, как должны быть представлены физические величины, которые входят в этот закон?

В современной физике хорошо разработано представление физических величин, которые, как правило, изображаются или комплектами числами, или векторами в n -мерном векторном пространстве, или операторами, или матрицами.

Для переменного тока достаточно использование комплексной плоскости, где скалярные физические величины – сила тока, напряжение, сопротивление, ЭДС – представлены точками, которым соответствуют радиус-векторы на этой плоскости, поэтому необходимо знание операций сложения, умножения, деления комплексных чисел и их геометрической интерпретации.

Рассмотрим, как изменяется ток в цепи, где имеется омическое сопротивление R (рис.1а), индуктивность L (рис. 1б) и емкость C (рис. 1в).

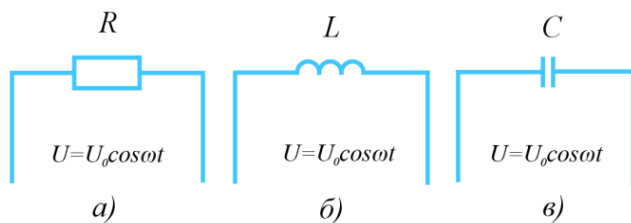


Рис. 1. Омическое сопротивление, индуктивность и емкость в цепи переменного тока

Для цепи с омическим сопротивлением R (рис. 1а) имеем

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0 \cos \omega t}{R} = I_0 \cos \omega t \quad (1)$$

где I_0 – амплитудное значение тока, равное $I_0 = \frac{U_0}{R}$.

В цепи с индуктивностью L переменный магнитный поток наводит в катушке индукционный ток, направленный против основного тока, уменьшая его. Поэтому катушку индуктивности можно рассматривать как некоторое сопротивление, которое называется индуктивным R_L . Найдем закон изменения тока I и величину индуктивного сопротивления (рис. 1б).

$$L \frac{dI}{dt} = U_0 \cos \omega t, \quad dI = \frac{U_0}{L} \cos \omega t \cdot dt \quad (2)$$

Интегрируя (2), получаем

$$I = \frac{U_0}{\omega L} \int \cos \omega t \cdot d(\omega t) = \frac{U_0}{RL} \sin \omega t, \quad (3)$$

$$R = \omega L \quad - \text{индуктивное сопротивление катушки} \quad (4)$$

Конденсатор C в цепи переменного тока (**рис. 1в**) периодически перезаряжается, в цепи проходит ток, величина которого зависит от частоты ω и емкости C

$$q = CU = CU_0 \cos \omega t$$

$$I = \frac{d}{dt} (CU_0 \cos \omega t) = -\frac{U_0}{R_C} \sin \omega t, \quad (5)$$

где $R_C = \frac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивление конденсатора.

Если представить напряжение вектором, вращающимся в положительном направлении, т.е. против часовой стрелки, с угловой скоростью ω , тогда для цепи с омическим сопротивлением R вектор тока также вращается с угловой скоростью ω , совпадая с напряжением по фазе.

Для цепи с индуктивностью L напряжение изменяется по закону косинуса, а ток по закону синуса (3), что означает, что вектор напряжения опережает ток на 90° .

Для цепи с емкостью C , наоборот, вектор тока опережает напряжение на 90° .

Полученные результаты будут аналогичными, если ток, напряжение и сопротивление представить комплексными числами, которые изображаются точками на плоскости и этим точкам соответствуют радиус-векторы на этой плоскости.

Поэтому физические величины будем записывать двояко: как комплексное число, имеющее действительную и мнимую часть, и как радиус-вектор.

Радиус-вектор напряжения как произведение двух комплексных величин (тока и сопротивления) для цепи с омическим сопротивлением R , будет совпадать с радиус-вектором тока, так как сопротивление в этом случае представлено только действительной частью комплексного числа.

Вектор, умноженный на число, изменяет лишь длину, но не изменяет своего направления. Радиус-векторы тока, напряжения и сопротивления направлены вдоль действительной оси (**рис.2а**).

Для цепи с индуктивностью L (**рис. 1б**) произведение тока, направленного по действительной оси, на сопротивление, представленного только мнимой частью комплексного числа, даст радиус-вектор, который будет направлен по мнимой оси, что соответствует повороту вектора напряжения на угол 90° против часовой стрелки (**рис.2б**).

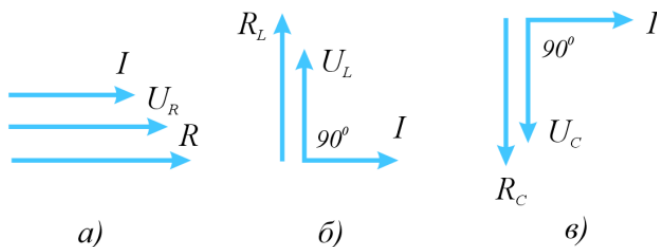


Рис.2. Изображение токов, напряжений, сопротивлений как векторов на комплексной плоскости

Для цепи с емкостью C радиус-вектор напряжения необходимо повернуть на угол 90° в отрицательном направлении, т.е. по часовой стрелке (**рис. 2в**).

Приняв двойное обозначение физических величин в виде обычных комплексных чисел и в виде радиус-векторов, закон Ома запишется следующим образом

$$I^* = \frac{U^*}{Z^*} \quad I = \frac{U}{Z} \quad (6)$$

Где Z^* – полное комплексное сопротивление;
 Z – радиус-вектор полного сопротивления.

Для *последовательного* соединения элементов цепи полное сопротивление запишется

$$Z^* = \sum Z_i^* \quad Z = \sum Z_i \quad (7)$$

Соответственно для *параллельного* соединения элементов имеем

$$\frac{1}{Z^*} = \sum \frac{1}{Z_i^*} \quad \frac{1}{Z} = \sum \frac{1}{Z_i} \quad (8)$$

В формулах (6), (7), (8) комплексные величины (ток, напряжение и сопротивление) записаны так, как в физике принято обозначать операторы, радиус-векторы указанных величин записаны в обычной форме, которая принята для обозначения векторов. Для обозначения мнимой единицы используется буква i .

В электротехнике омическое сопротивление называется **активным**, а соответственно индуктивное и емкостное реактивным сопротивлением и т.д.

ЗАДАНИЕ 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОМИЧЕСКОГО R И ИНДУКТИВНОГО R_L

СОПРОТИВЛЕНИЯ КАТУШКИ.

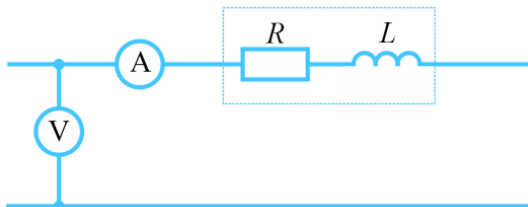


Рис. 3. Электрическая схема с катушкой

1. Собрать электрическую цепь с катушкой L (рис. 3), где омическое R и индуктивное R_L сопротивления катушки показаны раздельно. Подключить к источнику *постоянного* тока, измерить ток и напряжение и вычислить омическое сопротивление R

$$R = \frac{U_{ном}}{I_{ном}} \quad (9)$$

Полученный результат сравнить с паспортным значением R

2. Подключить катушку к источнику *переменного* тока, измерить ток и напряжение
3. Найти полное сопротивление Z катушки

$$Z = \frac{U}{I} \quad (10)$$

Для данного случая полное сопротивление в комплексной и векторной форме запишется

$$Z^* = \sum Z^*_i = R + iR_L, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{R}_L \quad (11)$$

Соответственно модуль полного сопротивления Z равен:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + R_L^2} \quad (12)$$

4. Зная R и Z , по формуле (12) рассчитать сначала индуктивное сопротивление катушки R

$$R_L = \sqrt{Z^2 - R^2}, \quad (13)$$

5. Затем найти индуктивность катушки L и угол φ сдвига по фазе между током и напряжением

$$R_L = \omega L, \quad L = R_L / \omega, \quad (14)$$

где $\omega = 314 \text{ рад/с}$ – техническая частота.

$$\operatorname{tg} \varphi = R_L / R, \quad \varphi = \operatorname{arctg} R_L / R \quad (15)$$

ЗАДАНИЕ 2.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КОНДЕНСАТОРА

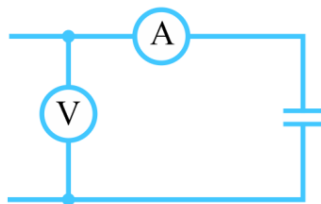


Рис. 4. Электрическая схема с конденсатором

1. Собрать электрическую схему с конденсатором (**рис.4**)
2. Подключить к источнику *переменного* тока
3. Замерить ток I и напряжение U
4. Найти емкостное сопротивление R_C и рассчитать емкость C конденсатора:

$$R_C = U / I, \quad R_C = 1 / \omega C, \quad C = 1 / R_C \omega \quad (16)$$

Для данной цепи, содержащей один элемент (конденсатор), полное сопротивление в комплексной и векторной форме запишется:

$$Z = -iR_C, \quad Z^* = R^*_C, \quad |Z| = R_C \quad (17)$$

ЗАДАНИЕ 3.

ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОМА ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ КАТУШКИ И КОНДЕНСАТОРА

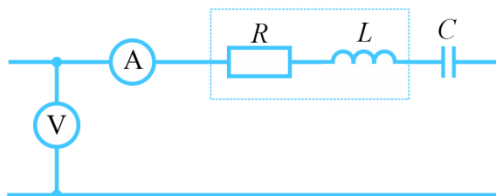


Рис.5. Электрическая схема последовательного соединения катушки и конденсатора

$$I = U/Z, \quad Z^* = \sum Z^*_i = R + i(R_L - R_C)$$

$$Z^* = \sum Z^*_i = R + R_L + R_C$$

$$Z = \frac{U}{I} \quad (18)$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} \quad (19)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(R_L - R_C)}{R},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{R_L - R_C}{R} \right) \quad (20)$$

1. Собрать электрическую схему (**рис. 5**), включив катушку и конденсатор последовательно
2. Подключить к источнику *переменного* тока

3. Замерить ток I и напряжение U
4. Вычислить по формуле (18) полное сопротивление Z
5. Рассчитать модуль полного комплексного сопротивления по формуле (19), используя полученные ранее значения R, R_L, R_C
6. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения Z
7. Вычислить сдвиг по фазе между током и напряжением по формуле (20)

ЗАДАНИЕ 4. ПРОВЕРКА ЗАКОНА ОМА ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ КАТУШКИ И КОНДЕНСАТОРА

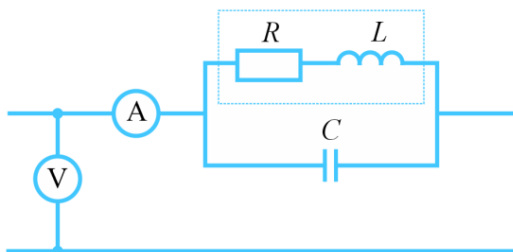


Рис. 6. Электрическая схема параллельного соединения катушки и конденсатора

Для параллельного соединения катушки и конденсатора (**рис. 6**) полное сопротивление Z согласно формуле (8) можно записать

$$J = \frac{U}{Z}, \quad \frac{1}{Z} = \sum \frac{1}{Z_i} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad (21)$$

$$Z_1 = R + iR_L, \quad Z_2 = -iR_C$$

$$\frac{1}{Z} = \sum \frac{1}{Z_i} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2},$$

$$Z_1 = R + R_L, \quad Z_2 = R_C$$

Модуль полного комплексного сопротивления Z в приближенной форме запишется (в нем опущены слагаемые, величина которых мала).

$$|Z| = \frac{R_C \sqrt{R_L^2 + R^2}}{R_C + \sqrt{R_L^2 + R^2}}, \quad (22)$$

1. Собрать электрическую схему (**рис.6**), включив катушку и конденсатор параллельно.
2. Подключить к источнику *переменного* тока.
3. Замерить ток I и напряжение U .
4. Вычислить по формуле (18) полное сопротивление Z .
5. Сравнить его со значением, рассчитанным по формуле (22).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как формулируется закон Ома?
2. Записать закон Ома в дифференциальной форме.
3. Что называется индуктивным сопротивлением катушки, емкостным сопротивлением конденсатора, от чего они зависят?
4. Как находят полное сопротивление цепи при последовательном и параллельном соединении R, L, C ?
5. Как экспериментально в работе проверяется R и L катушки, емкость C конденсатора?

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1988. – Т.2.