

## Лабораторная работа №5

# Изучение затухающих колебаний с помощью осциллографа

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить период затухающих колебаний и декремент затухания колебательного контура.

### ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

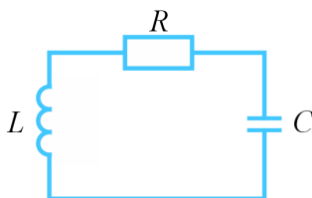
1. Генератор затухающих колебаний
2. Осциллограф
3. Миллиметровая линейка

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

**Колебательным контуром** называется *цепь*, состоящая из активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$  и индуктивности  $L$ , соединенных последовательно (**рис.1**).

В таком контуре возникают периодические изменения заряда  $q$ , напряжения  $U$  на обкладках конденсатора и тока в цепи  $I$ . Такие колебания носят название **электромагнитных колебаний**.

Рассмотрим *процесс возникновения* электромагнитных колебаний. Пусть в момент времени  $t = 0$  колебательный контур подключен к источнику тока  $\mathcal{E}$  с помощью ключа  $K$  (ключ находится в положении 1, **рис.2**).



**Рис.1.** Колебательный контур

Конденсатор начнет заряжаться, получая заряд  $q$ , вследствие чего, на обкладках конденсатора появляется напряжение  $U$ , а между обкладками конденсатора возникает электрическое поле с энергией  $q^2/2C$ , в колебательном контуре в это время тока нет.

Перебросим ключ в положение 2, конденсатор начинает разряжаться и в цепи появляется меняющийся со временем ток, в результате чего в катушке индуктивности возникает магнитное поле с энергией  $LI^2/2$ .

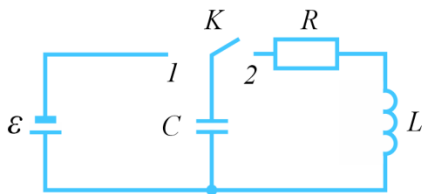
Через четверть периода  $T/4$  конденсатор разрядится полностью, электрическое поле исчезнет, заряд станет равным нулю  $q = 0$ , зато ток и магнитное поле достигнут максимума, а следовательно *энергия электрического поля* полностью превратится в *энергию магнитного поля*.

В следующий момент магнитное поле начнет исчезать, так как в контуре нет токов, поддерживающих его. Исчезающее магнитное поле вызовет появление *экстратока* самоиндукции, который в соответствии с *законом Ленца* стремится задержать исчезновение основного тока и будет направлен так же как основной (разрядный) ток.

Поэтому конденсатор будет перезаряжаться и между обкладками конденсатора снова появится электрическое поле, *противоположное* первоначальному.

Это произойдет к моменту времени  $t = T/2$ . С этого момента конденсатор начнет разряжаться и по цепи потечет ток противоположного направления, достигающий максимума к моменту времени  $t = 3T/4$ , в это время конденсатор полностью разряжен электрическое поле исчезло, а магнитное поле достигло максимума.

К моменту времени, равному периоду  $t = T$  колебательный контур вернется в исходное положение.



**Рис.2.** Электрическая схема установки

Если сопротивление контура  $R$  равно нулю, то процесс превращения электрической энергии в магнитную и обратно будет происходить неограниченно долго. Возникающие при этом колебания будут *незатухающими*.

Опишем количественно затухающие колебания. Предварительно условимся, что процессы, протекающие в контуре *квазистационарны*, в частности ток, текущий в контуре является медленно меняющимся, к таким токам можно применить закон Ома:

$$I = \frac{U + \varepsilon_i}{R}, \quad (1)$$

$$U = \frac{q}{C} - \text{напряжение на обкладках конденсатора} \quad (2)$$

$$\varepsilon_i = -L \left( \frac{dI}{dt} \right) - \text{ЭДС самоиндукции}$$

$$I = \frac{U - L \frac{dI}{dt}}{R}, \text{ или}$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR - U = 0 \quad (2a)$$

При разрядке конденсатора ток равен скорости уменьшения заряда на обкладках конденсатора:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Так как  $q = \frac{C}{U}$ , то

$$I = -\frac{d}{dt}(CU) = -C \frac{dU}{dt} \quad (3)$$

Подставим выражение (3) в уравнение (2а) и разделив все члены этого уравнения на  $CL$ , получим:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dU}{dt} + \frac{1}{CL} \cdot U = 0 \quad (4)$$

Мы получили уравнение затухающих колебаний для напряжения  $U$  на обкладках конденсатора. Решением этого уравнения будет выражение вида:

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t, \quad (5)$$

где  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коэффициент затухания;

$U_0$  – амплитудное (наибольшее) значение напряжения;

$\omega$  – циклическая частота затухающих колебаний.

Умножив обе части уравнения (5) на  $C$ , получим зависимость величины заряда  $q$  от времени:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t \quad (6)$$

Для нахождения зависимости тока контура  $I$  от времени продифференцируем уравнение (6) по времени  $t$ .

$$\frac{dq}{dt} = -q(\beta e^{-\beta t} \cos \omega t + \omega e^{-\beta t} \sin \omega t)$$

и после замены  $I = \frac{dq}{dt}$  получим:

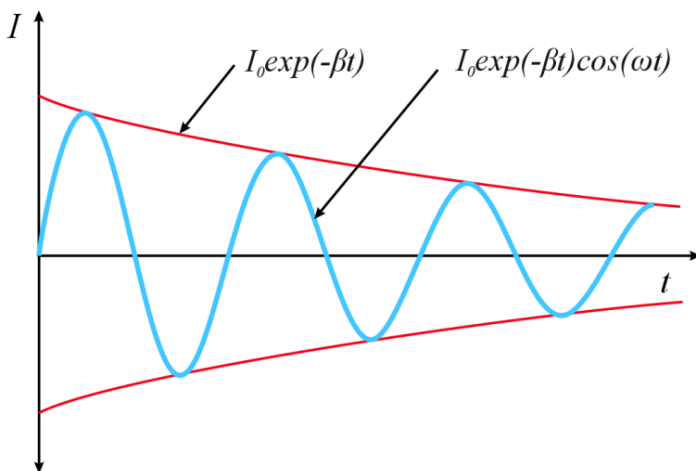
$$I = -q(\beta e^{-\beta t} \cos \omega t + \omega e^{-\beta t} \sin \omega t) \quad (7)$$

Если обозначить в выражении (7)  $\frac{\beta}{\omega_0}$  через  $\cos \varphi$ ,  $\frac{\omega}{\omega_0}$  через  $\sin \varphi$ , то после элементарных тригонометрических преобразований получим:

$$I = q_0 \omega_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi) = I_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi) \quad (8)$$

График зависимости тока от времени приведен на **рис.3**.

Для характеристики затухающих колебаний служит логарифмический декремент затухания  $\Delta$  (натуральный логарифм отношения двух последовательных амплитуд  $A_1$  и  $A_2$ , отстающих друг от друга по времени на один период):



**Рис.3.** График затухающих колебаний

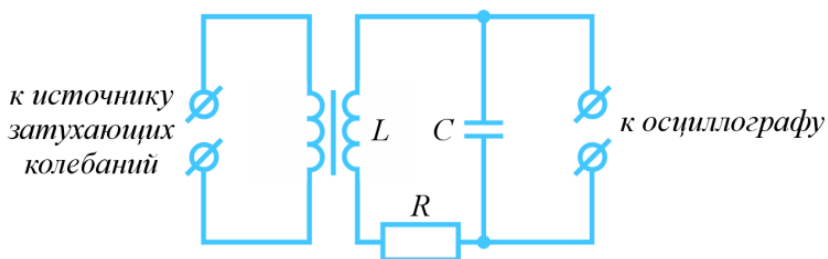
$$\Delta = \ln \frac{A_1}{A_2} = \ln \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T, \quad (9)$$

$$\beta = \frac{\Delta}{T} \quad (10)$$

Для наблюдения затухающих колебаний, определения периода и логарифмического декремента затухания в данной работе используется осциллограф. Принципиальная схема лабораторной установки состоит из следующих частей: катушка индуктивности (вторичная обмотка трансформатора), конденсатора, активного сопротивления, осциллографа, источника питания на 220 В, трансформатора.

Для получения устойчивой картины затухающих колебаний на экране осциллографа необходимо периодически пополнять энергию колебательного контура. Этой цели служит остальная часть схемы.

Если переключатель  $\Pi$  находится в положении 1, то последовательно с первичной обмоткой трансформатора включается полупроводниковое устройство, пропускающее кратковременные импульсы сетевого тока. Каждый такой импульс намагничивает сердечник трансформатора и вызывает во вторичной обмотке кратковременную ЭДС индукции. Эта ЭДС заряжает конденсатор  $C$  и в контуре возникает затухающие колебания.

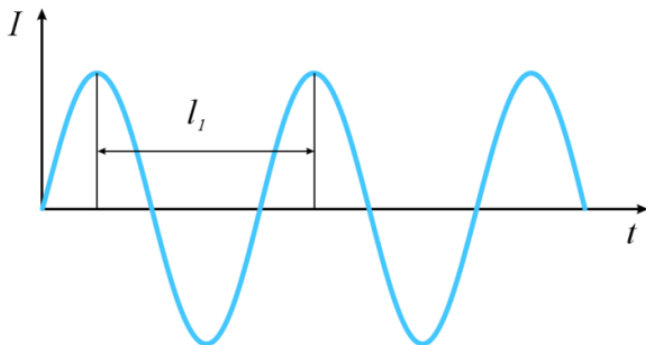


**Рис.4.** Принципиальная схема лабораторной установки

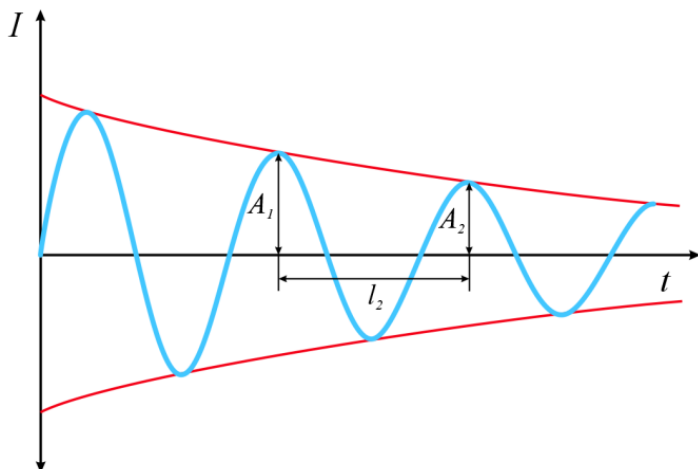
Если переключатель  $\Pi$  находится в положении 2, то первичная обмотка трансформатора оказывается постоянно подключенной к сети переменного тока и в катушке возникнут незатухающие вынужденные колебания с частотой  $f = 50 \text{ Гц}$ .

### ХОД РАБОТЫ

1. Включить осциллограф в сеть переменного тока с напряжением  $220 \text{ В}$  и подождать  $2\text{--}3 \text{ мин.}$ , необходимые для нагревания ламп.
2. Установить помощью ручки вертикального отклонения луча («смещение  $X$ ») линию развертки луча посередине экрана.
3. Соединить выход генератора затухающих колебаний с входом « $Y$ » осциллографа.
4. Включить генератор, а переключатель  $\Pi$  генератора поставить в положение 2.
5. С помощью переключателя диапазона частот развертки осциллографа и ручки «частота плавно» добиться появления на экране  $1\text{--}3$  периодов синусоиды.



**Рис.5.** Определение периода колебаний



**Рис.6.** Определение декремента затухания

- Измерить длину  $l_1$  периода синусоиды и по формуле  $v = l_1 f$  вычислить скорость развертки электронного луча  $v$  ( $f$  – частота переменного тока, равная  $50 \text{ Гц}$ ).
- Поставить переключатель  $\Pi$  генератора в положение  $1$  и получить на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний (**рис. 5**).
- Измерить расстояние между двумя соседними амплитудами колебаний  $l_2$  и определить период колебаний  $T$  по формуле  $T = \frac{l_2}{v}$ .
- Измерить амплитуды  $A_1$  и  $A_2$  и вычислить логарифмический декремент затухания  $\Delta = \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)$  и коэффициент затухания  $\beta = \frac{\Delta}{T}$ .



10. Определить циклическую частоту затухающих колебаний  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  и частоту собственных колебаний контура  $\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \beta^2}$ .

11. По известной емкости конденсатора  $C$  и частоте собственных колебаний  $\omega_0$  определить индуктивность контура  $L$

$$L = \frac{1}{(\omega_0^2 C)}, \quad C = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

12. Зная  $\beta$  и  $L$  вычислить активное сопротивление контура  $R$

$$R = 2L\beta$$

13. Сделать выводы.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое колебание?
2. Какие колебания называют *электромагнитными*?
3. Что такое колебательный контур?
4. В каком случае в контуре возникли бы незатухающие электромагнитные колебания?
5. Почему в реальном контуре колебания затухают?
6. Что называется логарифмическим декрементом затухания?
7. Что такое время релаксации?
8. Какие величины характеризуют колебания?
9. Как получить незатухающие электромагнитные колебания в контуре?
10. Напишите уравнение гармонических затухающих колебаний.