

Лабораторная работа №5

Определение скорости полета «пули» баллистическим методом с помощью унифилярного подвеса

ЦЕЛЬ

Определение скорости полета «пули» с помощью крутильного баллистического маятника и явления абсолютно неупругого удара на основе закона сохранения момента импульса.

ОБОРУДОВАНИЕ

Лабораторная установка ФМ-15 «Унифилярный подвес», используемая в данной работе как крутильно-баллистический маятник; пуля (стальной цилиндрик); электронные весы; линейка.

ОПИСАНИЕ И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ УСТАНОВКИ

Установка (рис.1, 2) состоит из основания **1**, на котором укреплена вертикальная стойка (колонка) **10**. На ней неподвижно крепятся нижний **2**, средний **17** и верхний **9** кронштейны.

Верхний и нижний кронштейны предназначены для крепления узлов подвески и натяжения торсиона (стальной проволоки) **3** и **8**, с которым связана металлическая рамка **6** с грузами **7**, предназначенная для установки съемной мишени **5** с противовесом **11** или исследуемых образцов.

На среднем кронштейне **17** нанесена шкала отсчета угла закручивания **торсиона** (шкала угловых перемещений) и расположены: стреляющее устройство **12** (пружинная пушка) со спусковым устройством **13**, предназначенное для производства «выстрела»; электромагнит **15**, предназначенный для удерживания рамки **6**

в исходном положении и ее освобождения (при этом возникают крутильные колебания рамки вокруг вертикальной оси); фотодатчик 4, предназначенный для определения периода колебаний рамки 6.

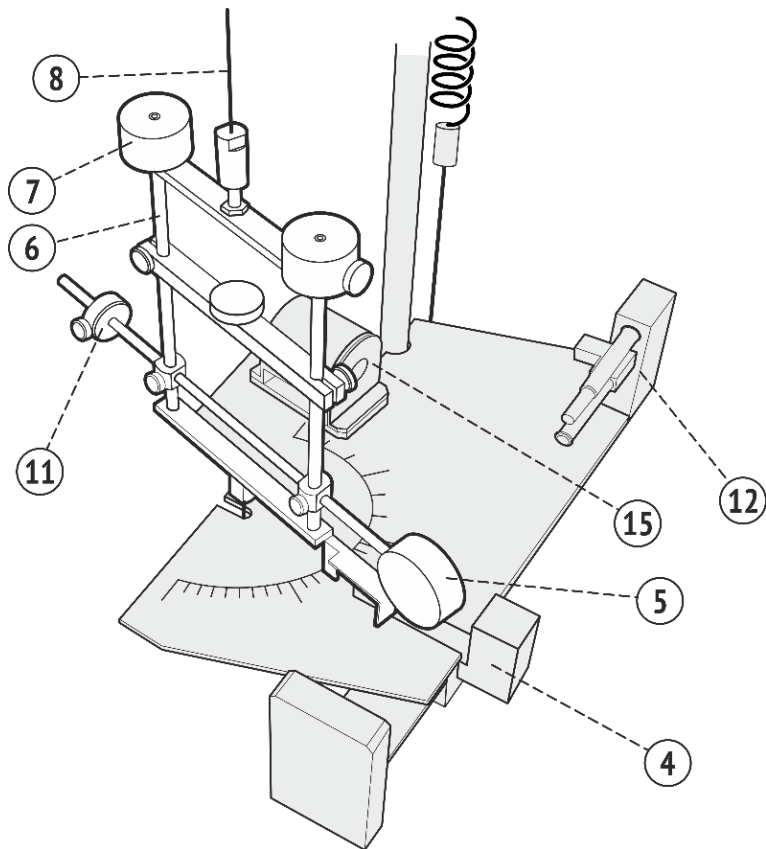


Рис. 1. Лабораторная установка ФМ-15 «Унифилярный подвес»

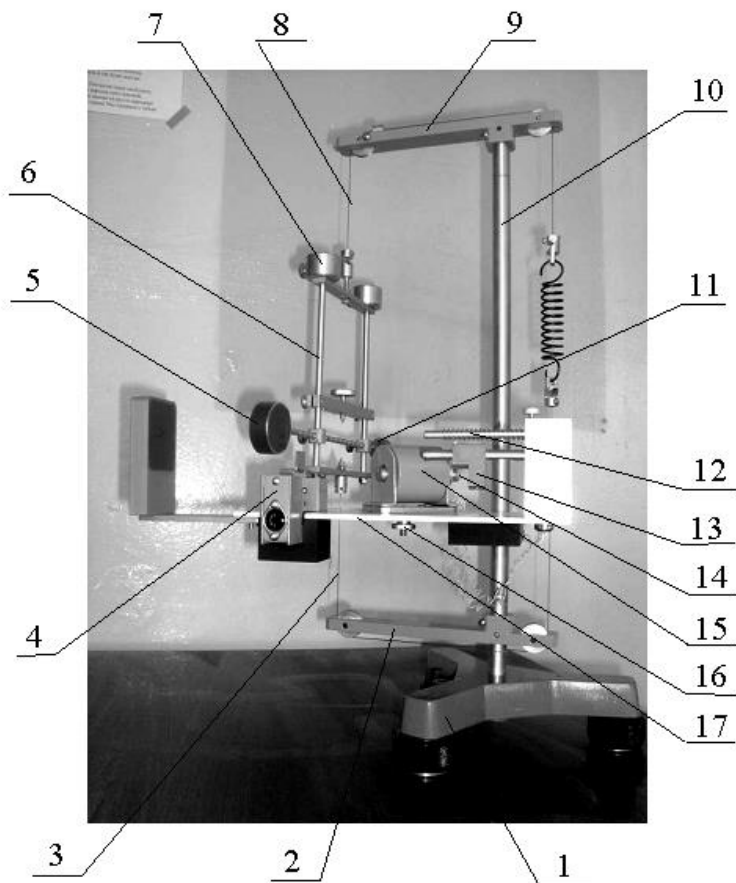


Рис. 2. Лабораторная установка ФМ-15 «Унифилярный подвес»,

Силу электромагнита **15** можно регулировать винтом **14**. Электромагнит может перемещаться вдоль шкалы угловых перемещений по специальной направляющей и закрепляться гайкой **16**.

Съемная мишень **5** (чашка с пластилином) предназначена для попадания «снарядов» после выстрела

Установка работает от блока электронного ФМ 1/1. На его передней панели располагаются:

Счетчик колебаний – световое табло, на котором высвечивается число n полных колебаний;

Секундомер – световое табло, на котором высвечивается общее время n колебаний в секундах;

Кнопка «ПУСК» – при нажатии кнопки выключается электромагнит и, после пересечения флажком рамки луча фотоэлектрического датчика, включаются счетчик колебаний и секундомер;

Кнопка «СТОП» – при нажатии кнопки останавливаются счетчик колебаний и секундомер и включается электромагнит.

На задней панели блока электронного расположен **выключатель «01»** («Сеть») – при включении выключателя на блок электронный подается питание, на табло счетчика колебаний и на табло секундомера высвечиваются «минусы», и включается электромагнит. Далее после пересечения флажком рамки луча фотоэлектрического датчика, включаются счетчик колебаний и секундомер.

ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ

!!! ВНИМАНИЕ !!! Чтобы не сбить настройку прибора на ноль, запрещается поворачивать **рамку 6** на угол больше 40° . Не допускать опрокидывание установки (установка имеет всего три опоры). Подключение установки к блоку электронному ФМ-1/1 разрешается только лаборанту в соответствие с паспортом к установке

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Характеристиками вращательного движения твердого тела являются:

Момент инерции материальной точки относительно данной оси – скалярная величина, равная произведению массы точки m на квадрат расстояния от точки до оси вращения r .

$$J = mr^2$$

Момент инерции тела относительно оси – физическая величина, равная сумме произведений масс m_i материальных точек системы на квадраты их расстояний r_i до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

Момент инерции тела при вращательном движении играет такую же роль, как масса при поступательном движении, т.е. служит мерой инертности тела.

Момент силы относительно неподвижной точки O – физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора r , проведенным из точки O в точку приложения силы F , на саму эту силу (рис. 3):

$$M = [r, F]$$

Модуль момента силы:

$$M = rF \cdot \sin \alpha = Fl$$

где α – угол между r и F ;

$r \sin \alpha$ – **плечо силы** – кратчайшее расстояние между точкой приложения силы и линией действия силы.

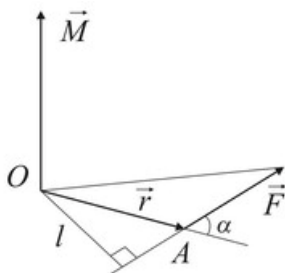


Рис. 3

Для определения момента инерции твердого тела относительно произвольной оси используется **теорема Штейнера**:

Момент инерции тела относительно любой оси вращения равен моменту его инерции J_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы тела m на квадрат расстояния a между осями

$$J = J_C + ma^2$$

Момент импульса относительно неподвижной точки O – физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора r , проведенного из точки O в точку A , на вектор импульса p (рис. 4).

$$L = [r, p] = [r, mv]$$

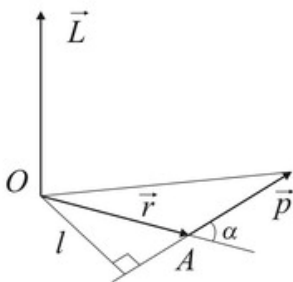


Рис. 4

Модуль вектора момента импульса:

$$L = rp \cdot \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl,$$

где α - угол между r и p .

Закон сохранения момента импульса:

Момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

$$L = const$$

В данной работе на установке ФМ-15 «Унифилярный подвес с пружинной пушкой» реализуется второй способ изменения момента инерции.

Крутильно-баллистический маятник этой установки представляет собой рамку, на которой установлены съемная мишень (чашка с пластилином) с противовесом и массивные грузы m_1 , которые можно снимать с маятника. Вся система подвешена на двух натянутых упругих проволоках. Если маятник повернуть на угол α , а затем отпустить, то он под действием упругого момента проволоки начнет совершать *крутильные (вращательные) гармонические колебания*.

Используя основной закон динамики вращательного движения $M = J_M \cdot \varepsilon_M$, выведем закон движения маятника. Упругий момент проволоки по *закону Гука* равен $M = -k\alpha$, где k – коэффициент пропорциональности (постоянная кручения, модуль кручения), а знак минус указывает, что момент действует противоположно направлению увеличения угла закручивания. Если известен закон изменения угла закручивания $\alpha(t)$, то угловое ускорение:

$$\varepsilon_M = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$$

и после подстановки в исходное уравнение и преобразований будем иметь

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{k}{J_M}\alpha = 0$$

Обозначив $k/J_M = \omega_0^2$ окончательно получим:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0 \tag{1}$$

Уравнение (1) является дифференциальным уравнением гармонических колебаний, решение которого, как известно из математики, имеет вид

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega_0 t \tag{2}$$

а его циклическая (круговая) частота связана с периодом колебаний соотношением

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{J_M}} \tag{3}$$

Снаряд, вылетевший из стреляющего устройства, обладает импульсом $p = m_{\text{сн}} \cdot v_{\text{сн}}$. С одной стороны, попав в чашечку с пластилином, снаряд начинает двигаться по окружности радиусом R , и импульс поступательного движения «преобразуется» в момент импульса вращательного движения снаряда $L = p \cdot R = m_{\text{сн}} \cdot v_{\text{сн}} \cdot R$.

С другой стороны, снаряд, попав в пластилин, останавливается в нем и начинает двигаться с маятником как одно целое, т.е. происходит абсолютно неупругий удар. На основании закона сохранения момента импульса имеем (до и после удара, с учетом того, что $L = J\omega$):

$$m_{\text{сн}} \cdot v_{\text{сн}} \cdot R = (J_M + J_{\text{сн}})\omega_M \quad (4)$$

где ω_M – угловая скорость маятника вместе со снарядом сразу после удара (максимальная);

J_M – момент инерции маятника относительно оси вращения OO_1 ;

$J_{\text{сн}}$ – момент инерции снаряда относительно оси вращения OO_1 ;

$v_{\text{сн}}$ – линейная скорость снаряда;

$m_{\text{сн}}$ – масса снаряда;

R – расстояние от центра снаряда, застрявшего в пластине, до оси вращения маятника OO_1 .

Так как $m_{\text{сн}} \ll m_M$, то $J_{\text{сн}} \ll J_M$ и величиной $J_{\text{сн}}$ можно пренебречь. При этих условиях из уравнения (4) имеем

$$v_{\text{сн}} = \frac{J_M \cdot \omega_M}{m_{\text{сн}} \cdot R} \quad (5)$$

Величины $m_{\text{сн}}$ и R могут быть определены путем непосредственного измерения. Для определения J_M и ω_M воспользуемся законом сохранения энергии (или теоремой о кинетической энергии для вращательного движения).

Элементарная работа сил упругости проволоки при ее закручивании равна:

$$dA = M \cdot d\alpha = -k\alpha \cdot d\alpha$$

Интегрируя данное выражение при условии $\alpha_0 = 0$ получим

$$\int_0^A dA = - \int_0^{\alpha_{\text{max}}} k\alpha \cdot d\alpha$$

где α_{max} – максимальный угол закручивания.

Тогда полная работа сил упругости проволоки при ее закручивании на α_{max} равна по модулю

$$A = \frac{k\alpha_{max}^2}{2} = E_p \quad (6)$$

где E_p – потенциальная энергия упругой деформации проволоки.

В то же время кинетическая энергия вращательного движения маятника в начальный момент

$$E_k = \frac{J_m \cdot \omega_M^2}{2} \quad (7)$$

По закону сохранения энергии кинетическая энергия превращается в потенциальную (расходуется на совершение работы)

$$E_k = E_p = A$$
$$\frac{J_m \cdot \omega_M^2}{2} = \frac{k\alpha_{max}^2}{2}$$

Откуда

$$\sqrt{\frac{J_M}{k}} = \frac{\alpha_{max}}{\omega_M} \quad (8)$$

Из уравнения (3) имеем период колебаний крутильного маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J_k}{k}}$$

Учитывая это, из уравнения (8) окончательно находим угловую скорость маятника сразу после удара

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} \alpha_{max} \quad (9)$$

где T – период колебаний маятника и α_{max} – максимальный угол закручивания маятника после попадания в него снаряда могут быть получены путем непосредственных измерений.

Для определения J_M воспользуемся выражением (3), записанным в виде

$$T_1^2 k = 4\pi^2 J_M \quad (10)$$

Откуда

$$k = \frac{4\pi^2 J_M}{T_1^2} \quad (11)$$

где T_1 – период колебаний маятника, когда грузы m_1 укреплены на маятнике (рамке). Если эти грузы снять, то момент инерции J_M изменится и будет равен

$$J_2 = J_M - 2m_1 r^2$$

где r – расстояние от оси вращения до центра масс груза m_1 . Уравнение (10) для нового момента инерции будет иметь вид

$$T_1^2 k = 4\pi^2 (J_M - 2m_1 r^2) \quad (12)$$

Подставив в уравнение (12) значение k из уравнения (11), после преобразований окончательно получим момент инерции маятника (с грузами m_1)

$$J_M = \frac{2m_1 r^2}{1 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} = \quad (13)$$

Подставив в (5) формулы (13) и (9) можно рассчитать скорость полета снаряда по результатам прямых измерений:

$$v_{\text{сн}} = \frac{4\pi \cdot m_1 \cdot \alpha_{\text{max}} \cdot T_1 \cdot r^2}{m_{\text{сн}} \cdot R \cdot (T_1^2 - T_2^2)} \quad (14)$$

Зная J_M и T_1 можно по (11) рассчитать постоянную кручения k .

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1 УРОВЕНЬ

1. Установите **грузы 7** (m_1) на рамку. Убедитесь, что **мишень 5** находится на линии «выстрела», флажок рамки пересекает оптическую ось (луч) **фотодатчика 4**, флажок красного цвета на рамке показывает на ноль шкалы угловых перемещений (рамка находится в исходном положении).

До пп. 7 включать установку в сеть не требуется.

2. Установить **электромагнит 15** так, чтобы его ближняя торцевая плоскость показывала угол на шкале не менее 30° (чтобы после выстрела **рамка 6** не билась об электромагнит).
3. Установите снаряд на направляющий **стержень 12** стреляющего устройства, взвести пружину (до первого щелчка). Проверить настройку шкалы на ноль. Небольшое несовпадение красного флажка на рамке с нулем шкалы можно устранить малым поворотом среднего **кронштейна 17** вокруг вертикальной **стойки 10**.
4. Произвести «выстрел», повернув **ручку 13** спускового устройства к себе или от себя.
5. Визуально определите максимальный угол α_{max} отклонения рамки по шкале угловых перемещений с помощью красного

флажка, закрепленного на рамке. При этом голову нужно держать так, чтобы при максимальном угле α_{max} было видно красный флажок (смотреть сверху установки).

Если снаряд два раза подряд не прилип к пластилину и отвалился, осторожно заровняйте вмятины от снаряда на пластине.

6. Измерьте при помощи линейки расстояние R от оси вращения рамки до центра «снаряда», застрявшего в мишени. Это удобно сделать, расположив линейку ниже снаряда.
7. Извлеките снаряд из пластилина и повторите 3 раза пп. 3–5. Результаты измерений занесите в **таблицу 1**.
8. Включите установку в сеть, нажав **кнопку «01»** («Сеть») на задней панели блока электронного. При этом на табло секундомера и счетчика колебаний появятся «минусы».
9. Отклоните рамку на угол 30° и зафиксируйте с помощью электромагнита. Сердечник электромагнита должен входить немного вовнутрь электромагнита (для уменьшения влияния остаточной намагниченности на колебания рамки).
10. Нажать **кнопку «ПУСК»** блока.
11. По показаниям секундомера и счетчика колебаний блока определите значение времени t_1 десяти колебаний ($n_1 = 10$) рамки, нажав на **кнопку «СТОП»**, когда на табло счетчика колебаний появится число 10. Результаты измерения занесите в **таблице 1**.
12. Повторите 3 раза измерения по пп. 8–10. После нажатия **кнопки «СТОП»** магнит включается.

13. Снимите грузы 7 (m_1) с рамки и повторите 3 раза пп. 8–10, за-
нося результаты измерения времени t_2 десяти колебаний ($n_2 =$
10) рамки в **таблице 1**.
14. Вычислить скорость полета снаряда по формуле (14), в кото-
рой:

$$v_{\text{сн}} = \frac{4\pi \cdot m_1 \cdot \alpha_{\text{max}} \cdot T_1 \cdot r^2}{m_{\text{сн}} \cdot R \cdot (T_1^2 - T_2^2)}$$

m_1 – масса груза, кг (выбита на **грузе 7** в граммах);

α_{max} – максимальный угол отклонения рамки, рад;

$$T_1 = \frac{t_1}{n_1} \qquad T_2 = \frac{t_2}{n_2}$$

T_1 и T_2 – периоды колебаний рамки соответственно с гру-
зами m_1 и без них, с;

$r = (0,0525 \pm 0,0005)$ м – расстояние от оси вращения рамки
до центра масс груза m_1 ;

$m_{\text{сн}}$ – масса «снаряда»;

R – расстояние от оси вращения рамки до центра масс «сна-
ряда», застрявшего в мишени.

Таблица 1

№ п/п	m_1 , кг	$m_{\text{сн}}$, кг	T_1 , с	T_2 , с	r , м	R , м	α_{max} , рад	$v_{\text{сн}}$, м/с
1								
2								
3								
среднее								

2 УРОВЕНЬ

Используя данные, полученные в ходе эксперимента рассчитайте момент инерции маятника с грузами J_M и постоянную кручения k .

3 УРОВЕНЬ

Исследовать зависимость между моментом инерции J_M и периодом колебаний маятника с грузами T_1 .

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции тела, моментом силы? Запишите формулы.
2. Сформулируйте теорему Штейнера.
3. Что называется моментом импульса?
4. Какой удар называется абсолютно упругим, абсолютно неупругим?
5. Дайте определение потенциальной и кинетической энергии, запишите формулы для их определения.
6. Дайте определения и напишите формулы момента силы, момента импульса, и момента инерции.
7. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
8. Сформулируйте закон сохранения момента импульса и напишите его математическое выражение.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Трофимова Т. И.* Курс физики: учеб. пособие для втузов. – М.: Высш. школа, 2007.
2. *Детлаф А. А., Яворский Б. М.* Курс физики: учеб. пособие для втузов. – М.: Высш. школа, 2003.