

Лабораторная работа № 9

Маятник Максвелла.

Определение момента инерции тел и проверка закона сохранения энергии

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Маятник Максвелла представляет собой диск, закрепленный на горизонтальной оси и подвешенный бифилярным способом. На диск надеваются кольца для того, чтобы можно было менять массу, и, следовательно, *момент инерции маятника*.

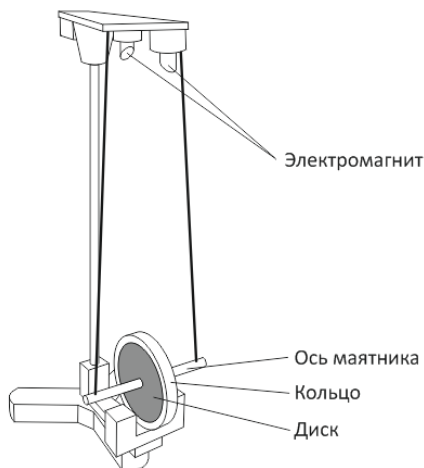


Рис. 1. Схема лабораторной установки

Маятник удерживается в верхнем положении электромагнитом. При выключении электромагнита маятник Максвелла, вращаясь вокруг горизонтальной оси, опускается вертикально вниз с ускорением.

При этом выполняется **закон сохранения энергии**, т.е. *потенциальная* энергия поднятого маятника переходит в *кинетическую* энергию поступательного и вращательного движения.

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (1)$$

где $m = m_0 + m_d + m_k$ – масса маятника Максвелла;

m_0 – масса оси маятника;

m_d – масса диска;

m_k – масса кольца.

Полученное выражение можно использовать для определения момента инерции маятника J . Таким образом, с помощью маятника Максвелла можно решить две **экспериментальные задачи**:

1. Осуществить проверку закона сохранения энергии в механике;
2. Определить момент инерции маятника.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Маятник максвелла, секундомер, измерительная линейка на вертикальной колонке, электромагнит, штангенциркуль.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Определение момента инерции маятника

Из уравнения (1) определим момент инерции маятника. Для этого выразим величины v и ω через высоту подъема маятника h . Считая поступательное движение маятника вниз равноускоренным с начальной скоростью $v = 0$. Из уравнения кинематики:

$$h = \frac{at^2}{2}; \quad a = \frac{v}{t}; \quad v = \omega \cdot r$$
$$v = \frac{2h}{t}, \quad \omega = \frac{2h}{rt} \quad (2)$$

где r – радиус оси диска.

Тогда, подставляя полученные значения v и ω в выражение (1), получим:

$$mgh = \frac{4m \cdot h^2}{2t^2} + \frac{4J \cdot h^2}{2r^2 \cdot t^2} \quad (3)$$

Полученное выражение преобразуем относительно момента инерции:

$$J = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad \text{или} \quad J_{\text{экспер}} = \frac{mD^2}{2} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (4)$$

где $D = D_0 + D_H$;

D_0 – диаметр оси диска;

D_H – диаметр нити.

Выражение (4) является рабочей формулой для **экспериментального определения** момента инерции маятника.

Теоретическое значение момента инерции маятника Максвелла представляет собой сумму моментов инерции:

1. Момент инерции оси маятника

$$J_0 = \frac{1}{8} m_0 D_0^2, \quad (5)$$

где m_0 и D_0 – масса и внешний диаметр оси маятника.

2. Момент инерции диска

$$J_d = \frac{1}{8} m_d (D_0^2 + D_d^2), \quad (6)$$

где m_d и D_d – масса и внешний диаметр диска.

3. Момент инерции кольца

$$J_k = \frac{1}{8} m_k (D_d^2 + D_k^2), \quad (7)$$

где m_k и D_k – масса и внешний диаметр кольца.

Запишем эту сумму:

$$J_{теор} = J_0 + J_d + J_k$$
$$J_{теор} = \frac{1}{8} m_0 D_0^2 + \frac{1}{8} m_d (D_0^2 + D_d^2) + \frac{1}{8} m_k (D_d^2 + D_k^2) \quad (8)$$

Выражение (8) является рабочей формулой для определения **теоретического значения** момента инерции маятника Максвелла.

Проверка закона сохранения энергии

Закон сохранения энергии: полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной.

$$W = W_K + W_{II} = const$$

Потенциальная энергия поднятого маятника равна:

$$W_{II} = mgh, \quad (9)$$

где $m = m_0 + m_d + m_k$ – масса маятника.

Кинетическая энергия маятника складывается из кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращательного движения:

$$W_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (10)$$

После замены значений v и ω из уравнений (2) получим

$$W_K = \frac{2h^2}{t^2} \left(m + \frac{4J}{D_0^2} \right) \quad (11)$$

где $m = m_0 + m_d + m_k$ – масса маятника.

Если не учитывать трение и сопротивление среды, то величины W_{II} и W_K должны быть одинаковы.

Расчет относительной и абсолютной погрешностей искомых величин

Последовательно логарифмируя и дифференцируя выражение (4), получим формулу для расчета *относительной* погрешности при измерении момента инерции:

$$\varepsilon_J = \frac{\Delta J}{J} = \frac{2\Delta D_0}{D_0} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t} \quad (12)$$

Абсолютную погрешность измерения момента инерции J определим по формуле:

$$\Delta J = \varepsilon_J \cdot J \quad (13)$$

Чтобы правильно оценить полученные результаты на данной экспериментальной установке, необходимо сравнить *экспериментальное* $J_{\text{экспер}}$ и *теоретическое* $J_{\text{теор}}$ значения момента инерции маятника.

Погрешности определения момента инерции выразится так:

$$\varepsilon_J = \frac{|J_{теор} - J_{экспер}|}{J_{теор}} \cdot 100\% \quad (14)$$

Погрешность при определении энергии вычисляется по формуле:

$$\varepsilon_W = \frac{|W_{II} - W_K|}{W_{II}} \cdot 100\% \quad (15)$$

ХОД РАБОТЫ

1. Измерить штангенциркулем диаметры диска, кольца, оси маятника, нити.
2. Нижний кронштейн прибора зафиксировать в крайнем нижнем положении.
3. Отрегулировать длину нити таким образом, чтобы край стального кольца, закрепленного на диске, после опускания маятника находился на 2 мм ниже оптической оси нижнего фотоэлемента.
4. Откорректировать ось маятника так, чтобы она была параллельно основанию прибора.
5. Отжать клавишу «ПУСК» и «СБРОС».
6. На ось маятника намотать нить подвески и зафиксировать маятник при помощи электромагнита. Проверить совпадает ли нижний край кольца с нулем шкалы на колонке. Если нет, то отрегулировать.
7. Нажать клавишу «ПУСК». Записать получившееся значение времени падения маятника и повторить замер времени 5 раз с одним и тем же кольцом на диске. Определить среднее значение времени падения.

8. По шкале на вертикальной колонке прибора определить высоту падения маятника, отмечая по нижнему краю кольца верхнее и нижнее положение маятника.
9. Используя формулы (4, 8, 9, 11), произвести расчеты момента инерции и энергии маятника $J_{экспер}$, $J_{теор}$, $W_{П}$, $W_{К}$.

Вычисления в данной работе рекомендуется выполнять с использованием программы **Microsoft Office Excel** или другими программами для работы с электронными таблицами

10. Рассчитать погрешности определения момента инерции ε_J и значений энергии ε_W с помощью формул (12, 13, 14, 15), используя средние значения $J_{экспер}$, $J_{теор}$, $W_{К}$, $W_{П}$.
11. Сделайте вывод.

Таблица

№	h , м	t , с	m_k , кг	$J_{экспер}$, кг·м ²	$J_{теор}$, кг·м ²	$W_{П}$, Дж	$W_{К}$, Дж
1							
2							
3							
4							
5							
Среднее значение							

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции тела?
2. Момент инерции – это мера инертности тела во вращательном движении. Объясните смысл данного выражения.
3. Чему равен момент инерции диска?
4. Запишите формулу для определения момента инерции кольца?
5. Чему равен момент инерции тонкостенного цилиндра?
6. Выведите формулу *экспериментального* значения момента инерции маятника Максвелла.
7. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
8. Дайте определение потенциальной энергии.
9. Дайте понятие кинетической энергии.
10. Как выглядит закон сохранения энергии для маятника Максвелла?