

Лабораторная работа №11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА МОЛЕКУЛ ВОЗДУХА ПО КОЭФФИЦИЕНТУ ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Прибор для определения средней длины свободного пробега молекул воздуха, мензурки, секундомер, сосуд для сливания воды.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Согласно основному положению молекулярно-кинетической теории газов молекулы представляются как твердые шары определенного диаметра d , находящиеся в состоянии хаотического движения, при котором они беспорядочно сталкиваются с друг с другом.

Между двумя последовательными столкновениями молекулы проходят некоторый путь λ , который называется **длиной свободного пробега**.

В общем случае длина свободного пробега между двумя последовательными столкновениями различна, но так как мы имеем дело с огромным числом молекул в единице объема и они находятся в беспорядочном движении, то можно говорить о **средней длине свободного пробега** молекул $\bar{\lambda}$.

Минимальное расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении называется **эффективным диаметром молекул** $d_{эф}$.

Очевидно, что средняя длина свободного пробега $\bar{\lambda}$ молекул газа будет тем меньше, чем больше их концентрация n и диаметр молекул d . Расчеты показывают, что:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \cdot d^2 \cdot n} \quad (1)$$

Вязкость (внутреннее трение) η – это свойство жидкостей и газов оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости или газа относительно другой.

Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа, движущимися с различными скоростями заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего количество движения слоя движущегося быстрее уменьшается, а движущегося медленнее - увеличивается, что приводит к торможению слоя движущегося быстрее и ускорению слоя движущегося медленнее.

Модуль **силы внутреннего трения** в цилиндре (капилляре) можно записать в следующем виде:

$$F = \eta \cdot \left| \frac{dv}{dr} \right| \cdot S ,$$

где η – коэффициент пропорциональности, зависящий от природы жидкости, называемый динамической вязкостью или просто вязкостью;

$\frac{dv}{dr}$ – изменение скорости движения одного слоя относительно другого;

S – площадь поверхности соприкасающихся слоев.

Единица вязкости – Пуаз (**П**):

$$10 \text{ П} = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Течение жидкости или газа называется **ламинарным** (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних слоев, не перемешиваясь с ними.

Рассмотрим ламинарное течение газа в тонком капилляре длиной l , радиусом r_0 .

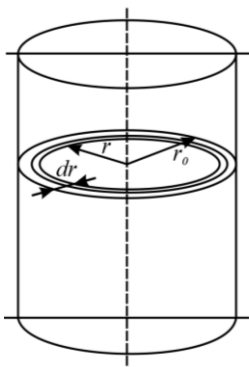


Рис. 1

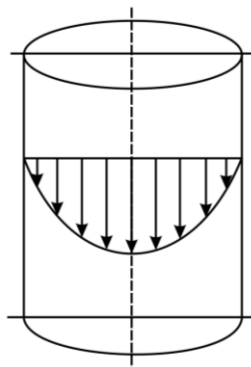


Рис. 2. Ламинарный поток

При ламинарном течении потока газа слой газа, примыкающий к поверхности капилляра из-за сил молекулярного сцепления, прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности капилляра (рис. 1) и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси капилляра.

Рассмотрим это детальнее. На выделенный цилиндрический слой действует сила внутреннего трения:

$$F = -\eta \cdot \frac{dv}{dr} \cdot S = -\eta \cdot \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi \cdot r \cdot l,$$

где S – боковая поверхность цилиндрического слоя, знак минус означает, что при возрастании радиуса скорость уменьшается.

Для установившегося течения жидкости сила внутреннего трения уравновешивается разностью давлений на концах капилляра:

$$-\eta \cdot \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi \cdot r \cdot l = \Delta p \cdot \pi \cdot r^2,$$

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} \cdot r \cdot dr$$

Проинтегрировав это уравнение при условии, что у стенок имеет место прилипание молекул, т.е. скорость на расстоянии r_0 от оси равна нулю, получим:

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (r_0^2 - r^2)$$

Отсюда видно, что скорости молекул газа распределяются по параболическому закону, причем, вершина параболы лежит на оси капилляра (рис.2). За время t через капилляр пройдет объем газа, равный:

$$V = \int v \cdot t dS = \int_0^{r_0} v \cdot t \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr = \frac{2\pi \cdot \Delta p \cdot t}{4\eta \cdot l} \int_0^{r_0} r (r_0^2 - r^2) dr = \frac{\pi \cdot r_0^4 \Delta p \cdot t}{8\eta l}$$

Откуда следует, что вязкость равна:

$$\eta = \frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p \cdot t}{8 \cdot V \cdot l} \quad (2)$$

Таким образом, вязкость газа можно легко определить экспериментально. Для этого нужно измерить объем газа V , прошедшего через капилляр с известной длиной l и радиусом r_0 (указаны на сосуде) за определенное время t .

Знание величины вязкости газа позволяет рассчитать длину свободного пробега молекул газа $\bar{\lambda}$, а затем, используя соотношение (1), определить эффективный диаметр газа $d_{эф}$.

Очевидно, что сопротивление перемещению одной части газа относительно другой, т.е. величина вязкости газа будет возрастать в следующих случаях:

1. С увеличением импульса молекулы, т.е. произведения

$$p = m_0 v,$$

где m_0 – масса молекулы,
 v – средняя скорость движения молекул.

2. С увеличением концентрации молекул n .
3. При одинаковых импульсах $m_0 v$ и концентрациях n молекул вязкость будет возрастать с увеличением длины свободного пробега $\bar{\lambda}$, т.к. при этом увеличивается глубина проникновения молекул из одного слоя в другой.

Выражая сказанное аналитически, получим:

$$\eta = \frac{1}{3} m_0 \cdot v \cdot n \cdot \bar{\lambda} \tag{3}$$

Коэффициент $\frac{1}{3}$ связан с тем, что при поступательном движении молекулы имеют 3 степени свободы и их импульс распределяется по трем направлениям.

Следовательно, определив объем газа V , прошедшего через капилляр, за определенный промежуток времени t , можно, используя соотношение (2), определить вязкость газа η .

Таким образом, приравнявая (2) и (3) имеем:

$$\frac{\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p \cdot t}{8 \cdot V \cdot l} = \frac{1}{3} m_0 \cdot v \cdot n \cdot \lambda \quad (4)$$

Откуда, длина свободного пробега равна:

$$\bar{\lambda} = \frac{3\pi \cdot r_0^4 \cdot \Delta p \cdot t}{8 \cdot V \cdot l \cdot m_0 \cdot v \cdot n} \quad (5)$$

При этом:

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot \mu}}, \quad (6)$$

$$n = \frac{p_0}{k \cdot T}, \quad (7)$$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная,

$\mu = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярная масса воздуха

Для диаметра молекул из (1):

$$d = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot n \cdot \bar{\lambda}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Экспериментальная установка

Работа проводится на установке, показанной на **рис.3**. Сосуд наполнен водой так, чтобы уровень воды не выходил за пределы шкалы 1. Сверху в сосуд вставлен капилляр 2. Если открыть кран 3, то вода будет вытекать из сосуда, а через капилляр 2 в него будет всасываться воздух.

Возможно, сначала вода будет вытекать непрерывной струйкой благодаря некоторому избыточному давлению, но скоро она начинает вытекать сериями капель, т.к. капилляр очень узкий и воздух в него просачивается медленно. Этот режим вытекания является рабочим и устанавливается при равенстве объемов вытекающей воды и просачивающегося воздуха.

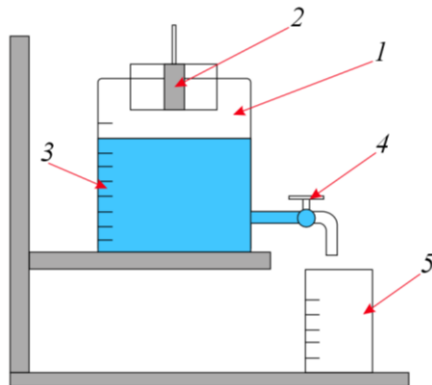


Рис.3. Экспериментальная установка:

1 – стеклянный сосуд, 2 – капилляр, 3 – миллиметровая шкала, 4 – кран, 5 – мензурка.

При установлении рабочего режима вытекания воды, выполняется соотношение:

$$\Delta p = p_0 - p_1 = \rho \cdot g \cdot h_{cp},$$

где p_0 и p_1 – давление воздуха вне и внутри сосуда, соответственно
 $\rho \cdot g \cdot h_{cp}$ – давление столба жидкости.

По мере вытекания уровень воды уменьшается, т.е. значение Δp есть величина переменная, однако изменение уровня воды не является значительным. Поэтому можно принять, что:

$$h_{cp} = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

Тогда

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (9)$$

где $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды;

$g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения;

h_1 и h_2 уровни воды до и после эксперимента.

Подставляя (9) в (5) получаем **расчетную формулу**:

$$\bar{\lambda} = \frac{\pi \cdot r_o^4 \cdot \rho \cdot g \cdot (h_1 + h_2) \cdot t}{8 \cdot V \cdot l \cdot m_0 \cdot \nu \cdot n} \quad (10)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По термометру определить комнатную температуру.
2. Замерить начальный уровень воды в сосуде h_1 .
3. Открыть кран, подставив стакан под вытекающую струю воды, как только режим вытекания воды установится после какой-то очередной серии капель сменить стакан на мензурку и одновременно включить секундомер.
4. Когда в мензурке наберется примерно 40–60 мл воды закрыть кран и одновременно остановить секундомер.
5. Замерить новый уровень воды в сосуде h_2 .
6. Определить объем воздуха, вошедшего в сосуд через капилляр (равно объему воды, вытекшей из сосуда).
7. Данные занести в таблицу

11. Определение средней длины свободного пробега и эффективного диаметра молекул воздуха

8. Используя формулы (6), (7) по формуле (10) вычислить среднюю длину свободного пробега молекул воздуха.
9. По формуле (8) вычислить эффективный диаметр молекул.
10. Аналогичные опыты провести **3 раза**. Из найденных трех значений найти среднее арифметическое $\bar{\lambda}_{cp}, d_{cp}$.
11. Определить относительную погрешность для одного из опытов по формулам:

$$\delta \bar{\lambda} = \frac{\Delta \bar{\lambda}}{\bar{\lambda}_{cp}} = 4 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{h_1 + h_2} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta l}{l}$$

$$\delta d = \frac{\Delta d}{d_{cp}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \bar{\lambda}}{\bar{\lambda}}$$

12. Записать конечный результат в виде

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_{cp} \pm \Delta \bar{\lambda} \quad \text{и} \quad d = d_{cp} \pm \Delta d.$$

Таблица

№	$h_1, \text{ м}$	$h_2, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$V, \text{ м}^3$	$\bar{\lambda}, \text{ м}$
1					
2					
3					
Сред.					

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется длиной свободного пробега молекул и от чего она зависит?
2. Какая величина называется эффективным диаметром молекул?
3. Чем объясняется наличие вязкости у жидкостей и газов?
4. Каким образом распределены скорости молекул газа при их ламинарном течении по капилляру?
5. Каким образом рассчитывается объем воздуха, прошедшего через капилляр за определенное время t ?
6. Почему вязкость газа изменяется прямо пропорционально импульсу молекул газа, концентрации молекул газа и длине их свободного пробега?