

Лекция № 1

Введение. Кинематика поступательного и вращательного движений.

План:

1. Введение
2. Физические основы механики
3. Кинематика и динамика материальной точки
4. Скорость и ускорение
5. Угловая скорость и угловое ускорение

1. ВВЕДЕНИЕ

Физика – фундаментальная наука, она рассматривает наиболее общие принципы и законы Вселенной. Это значит, что физика служит тем фундаментом, на котором стоят все технические науки (химия, геология, теоретическая механика, сопротивление материалов и др.). Красота физики заключена в простоте его основополагающих принципов и в том, как небольшое число понятий и моделей может изменить и расширить наши представления о мире вокруг нас.

Изучение физики может быть разделено на пять основных разделов:

- *Механика*, рассматривающая движение объектов, превышающих размеры атомов, перемещающихся со скоростями много меньшими скорости света.
- *Электромагнетизм*, изучающий взаимодействие электрических зарядов и электромагнитных полей.
- *Оптика*, анализирующая поведение света, и его взаимодействие с различными материалами.
- *Квантовая физика*, содержащая теории поведения объектов микроскопических размеров.
- *Молекулярная физика и термодинамика*, занимающиеся изучением теплоты, температуры и поведения систем, состоящих из большого числа частиц.

Основная часть механики была сформирована до 1900 г., и называется классической, или *ньютонической*, механикой. Множество законов и моделей, используемых для изучения механических систем, имеют большое значение и в других областях физики. Знания механики находят применение в исследованиях других, не механических явлений. Поэтому, изучение механики имеет основополагающее значение для студентов технических специальностей.

Все теоретические предположения проверяются с помощью экспериментов, в которых свойства объектов представлены на универсальном языке науки – *математике*, т.е. в виде определенных величин, коэффициентов, уравнений.

Для удобства все величины в физике и других науках используют единую системы измерения физических величин – Международная система единиц СИ (фр. *Système International*). В её основе лежат 7 основных единиц (**таблица** на стр. 3), все остальных являются комбинацией основных.

Так, например, единица скорости комбинация единицы длины и времени

$$1 \frac{м}{с} = \frac{1м}{1с},$$

единица силы

$$1Н = 1 \frac{кг \cdot м}{с^2} = 1кг \cdot 1 \frac{м}{с^2} = 1кг \cdot \frac{1м}{1с \cdot 1с} = \frac{1кг \cdot 1м}{1с \cdot 1с}.$$

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Механика — раздел физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.

Механическое движение — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем (1564—1642) и окончательно сформулированы английским ученым И. Ньютоном (1643—1727). Механика Галилея-Ньютона называется **классической механикой**. В ней изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света c в вакууме. Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью c , изучаются **релятивистской механикой**, основанной на **специальной теории относительности**, сформулированной А. Эйнштейном (1879—1955). Для описания движения микроскопических тел (отдельные атомы и элементарные частицы) законы классической механики неприменимы — они заменяются законами **квантовой механики**.

Механика делится на три раздела:

1. *Кинематика* изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают.
2. *Динамика* изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение (силы и энергии).
3. *Статика* изучает законы равновесия системы тел.

ОСНОВНЫЕ ЕДИНИЦЫ СИ

Единица		Величина	Определение	Исторические происхождения / Обоснование
Метр	м	Длина	Метр есть длина пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени $1/299\,792\,458$ секунды. <i>17я Конференция по мерам и весам (1983г.)</i>	$\frac{1}{10\,000\,000}$ расстояния от экватора Земли до северного полюса на меридиане Парижа.
Килограмм	кг	Масса	Килограмм есть единица массы, равная массе международного прототипа килограмма. <i>3я Конференция по мерам и весам (1901г)</i>	Масса одного кубического дециметра (литра) чистой воды при температуре $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ и стандартном атмосферном давлении на уровне моря.
Секунда	с	Время	Секунда это — интервал времени, равный $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного (квантового) состояния атома цезия-133. <i>13я Конференция по мерам и весам (1967/68г).</i>	День делится на 24 часа, каждый час делится на 60 минут, каждая минута делится на 60 секунд. Секунда это — $\frac{1}{(24 \times 60 \times 60)}$ часть Дня
Ампер	А	Сила тока	Ампер - это сила постоянного тока, текущего в каждом из двух параллельных бесконечно длинных бесконечно малого кругового сечения проводников в вакууме на расстоянии 1 метр, и создающая силу взаимодействия между ними $2 \cdot 10^{-7}$ ньютонов на каждый метр длины проводника. <i>9я Конференция по мерам и весам (1948г)</i>	
Кельвин	К	Термодинамическая температура	Один кельвин равен $1/273,16$ термодинамической температуры тройной точки воды. <i>13th Конференция по мерам и весам (1967/68г)</i>	Шкала Кельвина использует тот же шаг градуса, что и шкала Цельсия, но 0 градусов это температура абсолютного нуля, а не температура плавления льда. Согласно современному определению ноль шкалы Цельсия установлен таким образом, что температура тройной точки воды равна $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$. В итоге, шкалы Цельсия и Кельвина сдвинуты на 273,15: $^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273,15$
Моль	моль	Количество вещества	Моль есть количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой $0,012$ кг. При применении моля структурные элементы должны быть специфицированы и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицами или специфицированными группами частиц» <i>14я Конференция по мерам и весам (1971г)</i>	
Кандела	кд	Сила света	равна силе света, испускаемого в заданном направлении источником монохроматического излучения частотой $540 \cdot 10^{12}$ герц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $(1/683)$ Вт/ср. <i>16я Конференция по мерам и весам (1979)</i>	

КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

Начнем рассмотрение физических основ механики с изучения простейших объектов – материальной точки.

Материальная точка (частица) – это тело, обладающее конечной массой, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

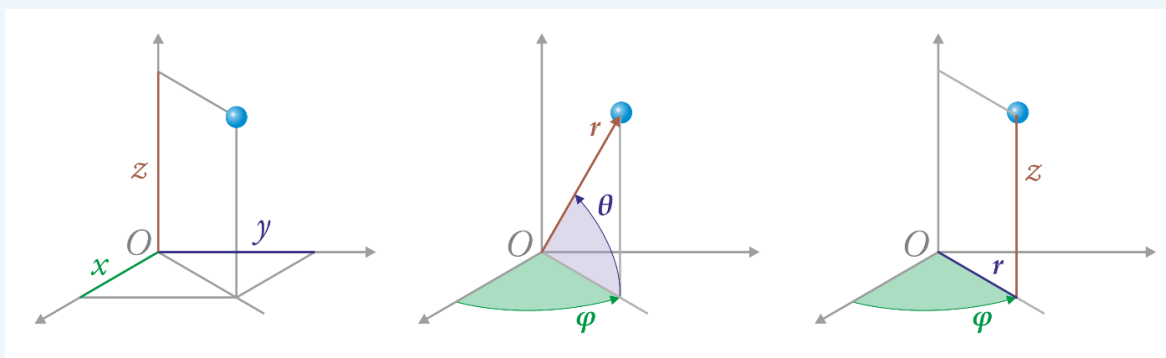
Реально же всякое тело обладает массой и конечными размерами – это некая абстракция. В физике также используются и другие абстракции: абсолютно твердое тело, сплошная среда.

Абсолютно твердое тело – тело, расстояние между двумя точками которого не меняется.

Чтобы определить положение тела необходимо ввести **систему отсчета** – совокупность системы координат, тела отсчета и часов. Сначала нужно определить положение материальной точки или тела в пространстве. Для этого нужно ввести **систему координат**.

МАТ. СПРАВКА

Систем координат существует множество, однако, в основном, применяются так называемые ортогональные системы координат, у которых оси взаимно перпендикулярны друг другу. Наше пространство 3-мерное, поэтому положение тела определяется набором из 3-х чисел

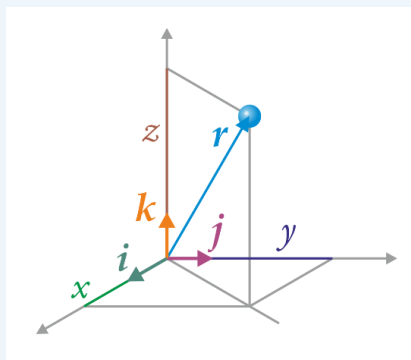


Прямоугольная (x, y, z)

Сферическая (r, φ, θ)

Цилиндрическая (ρ, φ, z)

Самой простейшей из них является **прямоугольная декартова система координат**, т.е. 3-х взаимно перпендикулярных осей (оси X, Y и Z)



На рисунке изображена **правосторонняя система координат**, т.е. если мы переходим от оси X к оси Y, вращая правосторонний винт или штопор по часовой стрелке, то острие штопора укажет направление третьей оси Z.

Положение материальной точки обозначается буквой M и определяется тремя координатами X, Y, Z , которые являются проекциями мат. точки на соответствующие оси. В физике применяется, не только указанный *координатный*, но и *векторный* способ. В нем положение тела задается радиус-вектором тела (**рис. 1**). Обозначается радиус-вектор буквой r .

Радиус-вектор – это вектор, проведенный из начала системы координат в ту точку, где в данный момент времени находится мат. точка.

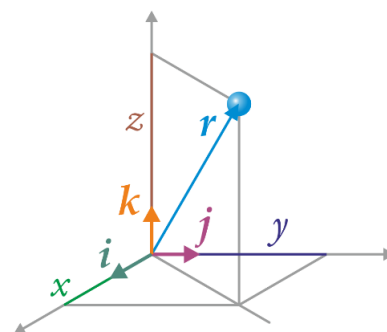


Рис. 1. Радиус-вектор

Радиус-вектор естественным образом связывается с координатами, т.е. проекциями материальной точки на оси координат. Для этого нужно соответствующую проекцию умножить на так называемый орт, т.е. на единичные векторы. Если умножить проекции (координаты) на соответствующие орты и сложить, то получим радиус-вектор

$$\mathbf{r} = x \cdot \mathbf{i} + y \cdot \mathbf{j} + z \cdot \mathbf{k}$$

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t),$$

эквивалентными векторному уравнению $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

Эти уравнения называются **кинематическими уравнениями движения материальной точки**.

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется **числом степеней свободы**.

Если материальная точка свободно движется в пространстве, то, как уже было сказано, она обладает тремя степенями свободы (координаты x, y и z), если она движется по некоторой поверхности, то двумя степенями свободы, если вдоль некоторой линии, то одной степенью свободы. В зависимости от числа степеней свободы, различают одномерное, двумерное, многомерное движение.

Исключая время t в уравнениях, получим **уравнение траектории движения** материальной точки.

Траектория движения материальной точки — линия, по которой движется тело (линия, описываемая этой точкой в пространстве).

В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Орт, направленный вдоль оси X , обозначается как \mathbf{i} . По модулю \mathbf{i} равен единице, и направлен вдоль оси X . Аналогично определяются орты \mathbf{j} и \mathbf{k} .

◀ Кинематические уравнения движения

СКОРОСТЬ

Представим, что точка движется по некой кривой. В начальный момент времени мат. точка имела радиус-вектор $\mathbf{r}(t)$. Через промежуток времени Δt . Точка переместилась и имеет радиус-вектор $\mathbf{r}(t + \Delta t)$.

Замкнем треугольник – из начальной точки проведем вектор в конечную точку. Этот вектор $\Delta \mathbf{r}$ называется *вектором перемещения* (рис. 2).

Перемещение – вектор направленный из начального положения тела в конечное.

Можно написать, что

$$\mathbf{r}(t) + \Delta \mathbf{r}(\Delta t) = \mathbf{r}(t + \Delta t)$$

Соответственно вектор перемещения равен

$$\Delta \mathbf{r}(\Delta t) = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)$$

Если разделим вектор перемещения на промежуток времени Δt , за которое произошло перемещение, то мы получим среднюю скорость. Это **средняя скорость** за промежуток времени Δt

$$\mathbf{v}_{cp} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

Если же теперь, зафиксировав начальную точку, мы будем уменьшать Δt . т.е. устремим Δt к нулю, то мы получим мгновенную скорость в данный момент времени или просто **скорость**:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}$$

В математике это предел называется производной. Т. о. мгновенная скорость есть **производная от радиус-вектора по времени**.

Скорость – величина, показывающая как быстро, изменяется положение (координата) тела.

Соответственно можно найти путь, пройденный точкой за время Δt :

$$\Delta S = \int_t^{t+\Delta t} v \cdot dt$$

Следует отметить, что **путь ΔS** – это длина траектории, а **перемещение** – расстояние между начальным и конечным положениями тела. Как видно из рисунка перемещение и путь не всегда равны друг другу, а только в случае движение по прямой линии.

Т.к. радиус-вектор является суммой, то его производная есть сумма производных координат.

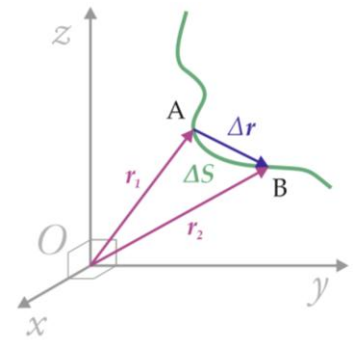


Рис. 2. Перемещение и путь

◀ Средняя скорость

◀ Скорость

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z$$

Производные являются **составляющими** мгновенной скорости. Иногда применяют другое обозначение производной в виде точки над буквой координаты

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

Равномерное движение – движение с постоянной скоростью.

Путь при равномерном движении

$$\Delta S = v \cdot \Delta t$$

Единица скорости — **метр в секунду** (м/с).

УСКОРЕНИЕ

Ускорение – это величина, показывающая как по времени изменяется скорость.

Ускорение – векторная величина, равная первой производной скорости по времени

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Следовательно, скорость при *равноускоренном движении*:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t,$$

где \mathbf{v}_0 – скорость тела в начальный момент.

Равноускоренное движение – движение с постоянным ускорением.

Соответственно путь найдется из интеграла:

$$\Delta S = \int_t^{t+\Delta t} v \cdot dt = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Единица ускорения — **метр на секунду в квадрате** (м/с²).

◀ **Ускорение**

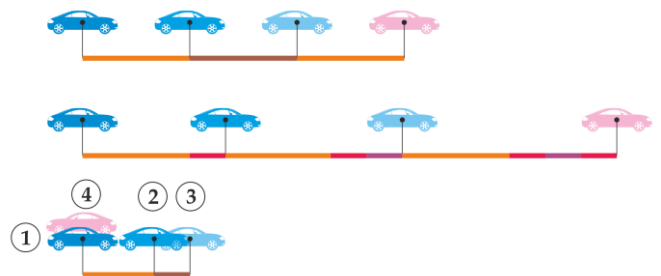
ПРИМЕР

Смысл ускорения можно продемонстрировать на следующем рисунке. Здесь изображены положения машины через равные промежутки времени при разных условиях.

В первом случае тело движется с постоянной скоростью, следовательно, ускорение отсутствует.

Во втором случае, тело движется с постоянным ускорением, поэтому за каждый промежуток времени скорость тела увеличивается на одинаковую величину, соответственно изменяется расстояние проходимое телом (каждый раз оно увеличивается на одинаковую величину).

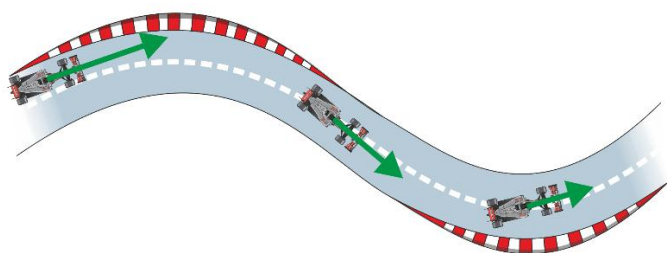
Третий случай, показывает движение тела с отрицательным ускорением.



Также как и скорость, ускорение можно представить в виде суммы, проекций вектора ускорения на оси координат:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$$

Очень важным является вопрос, куда направлены вектора скорости и ускорения. Допустим, точка движется по криволинейной траектории. В начальный момент времени тело находится в точке M . Вектор скорости направлен по касательной к траектории, это следует из смысла производной.



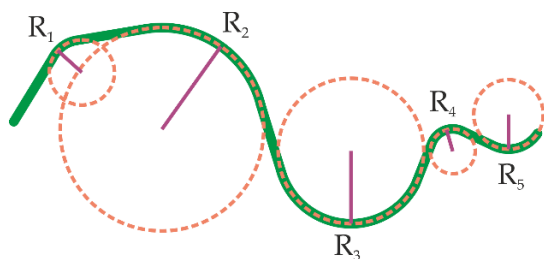
Но куда направлен вектор ускорения? Ускорение – это величина характеризующая быстроту изменения скорости. А скорость, как и любой вектор, может меняться по *величине* и по *направлению*. Поэтому иногда ускорение разбивают на две составляющие (**рис. 3**).

Одна составляющая направлена по нормали к касательной, т.е. перпендикулярно скорости, и называется **нормальным ускорением** – \mathbf{a}_n .

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

где R – мгновенный радиус кривизны.

Можно представить, что в каждый момент времени точка движется по некой мгновенной окружности, к центру которой и направленно ускорение. Т.е. нормальное ускорение есть по сути *центростремительное* ускорение, но в отличие от него вектор нормального ускорения направлен к центру окружности, которая постоянно меняется.



Нормальное ускорение определяет изменение вектора скорости по направлению. Изменение скорости по модулю задается **тангенциальным ускорением** – \mathbf{a}_τ . Оно равно производной модуля скорости по времени.

ПРИМЕР

Изменение вектора скорости со временем.

Вектор скорости болида меняется как по направлению, так и по длине (величине скорости)



Рис. 3 Нормальное и тангенциальное ускорение

◀ Нормальное ускорение

ПРИМЕР

Изменение мгновенного радиуса кривизны при движении тела.

Криволинейное движение можно представить, как совокупность движений по различным окружностям, тогда прямолинейное движение есть движение по окружности с бесконечно большим радиусом

Следует отметить, что

$$\mathbf{a}_\tau \neq \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \text{ т.к. } \frac{d\mathbf{v}}{dt} \neq \frac{dv}{dt}$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$$

И направлено вдоль вектора скорости. В зависимости от того как движется тело, вектора скорости и тангенциального ускорение могут совпадать по направлению или быть противоположно направленными.

Полное ускорение есть сумма векторов ускорений \mathbf{a}_n и \mathbf{a}_{τ}

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n + \mathbf{a}_{\tau} \quad \text{и} \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}$$

Любое движение твердого тела можно представить, как комбинацию поступательного и вращательного движений.

Поступательное движение — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

◀ Тангенциальное ускорение

◀ Полное ускорение

ПРИМЕР

Взаимосвязь перемещения скорости и ускорения можно продемонстрировать на графиках этих величин.

0 – t₁: Тело движется с постоянным ускорением.

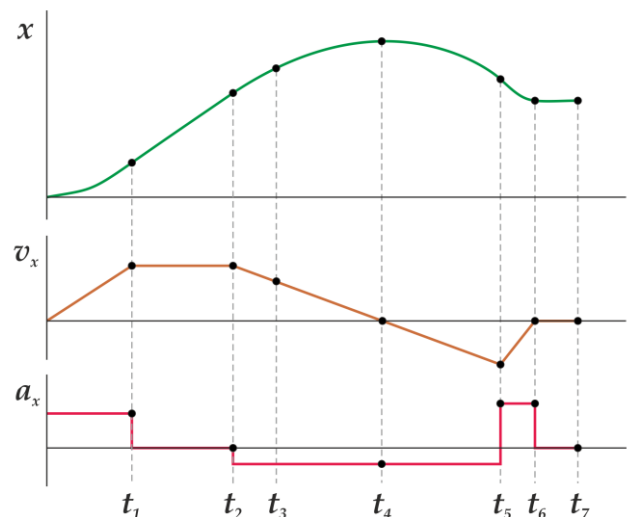
Кривая ускорения направлена по горизонтали, т.к. оно не меняется. При этом скорость равномерно увеличивается, поэтому график скорости представляет наклонную прямую, соответственно зависимость координаты есть кусок параболы, т.к. в этом случае координата зависит от времени в квадрате.

t₁ – t₂: Тело движется с постоянной скоростью.

При этом ускорение равно нулю (график ускорения лежит на прямой времени). График скорости – горизонтальная линия, т.к. скорость не меняется. График координаты наклонная прямая, т.к. скорость постоянная.

t₂ – t₅: Тело движется с постоянным ускорением (отрицательным).

График ускорения лежит ниже прямой времени, т.к. ускорение отрицательное. Скорость представлена наклонной прямой, т.к. ускорение постоянное. Наклон прямой показывает, что скорость тела уменьшается. График координаты как и в первом случае представляет параболу. Однако, т.к. ускорение отрицательное ветви параболы направлены вниз.



t₄: Момент времени, когда скорость тела становится равной нулю.

Это момент, когда тело останавливается и начинает ехать в другую сторону. На графике скорости это пересечение графика с прямой времени. На графике координаты это самая верхняя точка параболы.

t₅ – t₆: Движение с постоянной скоростью, как и в t₁ – t₂

t₆ – t₇: Тело не движется, соответственно скорость и ускорение равны нулю, а координата не меняется.

УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ И УГЛОВОЕ УСКОРЕНИЕ.

Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса R . Ее положение через промежуток времени Δt зададим углом $\Delta\varphi$. Таким образом, **угол поворота выступает в роли координаты во вращательном движении**. Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются $\Delta\varphi$ или $d\varphi$).

Модуль вектора $d\varphi$ равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, рукоятка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т.е. подчиняется **правилу правого винта**.

Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются **псевдовекторами** или **аксиальными векторами**. Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\boldsymbol{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. так же, как и вектор $d\varphi$.

Единица угловой скорости — **радиан в секунду (рад/с)**.

Линейная скорость точки

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega$$

т. е. $v = R\omega$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{R}]$$

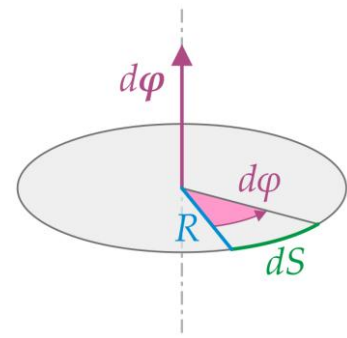
При этом модуль векторного произведения, по определению, равен

$$|\mathbf{v}| = |\boldsymbol{\omega}| |\mathbf{R}| \sin(\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{R}),$$

а направление совпадает с направлением поступательного движения **правого винта** при его вращении от $\boldsymbol{\omega}$ к \mathbf{R} .

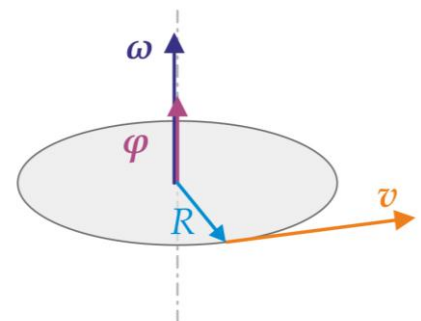
Если $\boldsymbol{\omega} = \text{const}$, то вращение равномерное и его можно характеризовать периодом вращения.

Период вращения T — время, за которое точка совершает один полный оборот, т.е. поворачивается на угол 2π .



Единица измерения угла в СИ
— **радиан (рад)**
 $\pi \text{ рад} = 180^\circ$
 $1 \text{ рад} = 57,296^\circ$

◀ **Угловая скорость**



◀ **Связь линейной и угловой скорости**

Так как промежутку времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta\varphi = 2\pi$,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{откуда} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

◀ **Связь периода и угловой скорости**

Частотой вращения – число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

◀ **Частота**

откуда

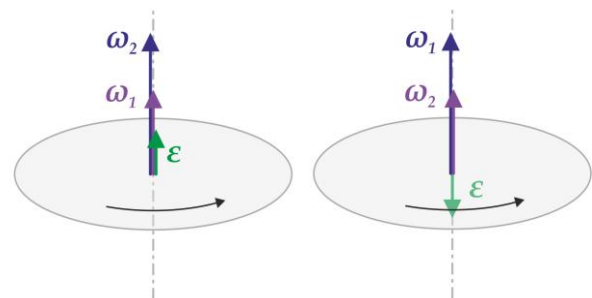
$$\omega = 2\pi \cdot \nu$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

◀ **Угловое ускорение**

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор ε сонаправлен вектору ω , при замедленном – направлен противоположно ему.



Тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad \text{или} \quad a_\tau = R\varepsilon$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad \text{или} \quad a_n = \omega^2 R$$

Единицы измерения угловых величин

$$\omega = \left[\frac{\text{рад}}{c} \right] \quad v = \left[c^{-1} = \frac{1}{c} \right]$$

$$\varepsilon = \left[\frac{\text{рад}}{c^2} \right] \quad T = [c]$$

Таким образом, связь между линейными (длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиуса, линейная скорость, тангенциальное ускорение, нормальное ускорение) и угловыми величинами (угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение) выражается следующими формулами:

$$S = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R$$

Связь между линейными и угловыми величинами позволяет легко получать из формул линейных величин выражения для угловых. Например, из формулы пути при равноускоренном движении получаем формулу угла поворота при равноускоренном вращении:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \rightarrow \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Соответствие линейных и угловых величин	
Линейные	Угловые
x, y, z , координата	φ , угол поворота
\mathbf{r} , радиус-вектор	Φ , угол поворота
\mathbf{v} , скорость	$\boldsymbol{\omega}$, угловая скорость
\mathbf{a} , ускорение	$\boldsymbol{\varepsilon}$, угловое ускорение