Лекция № 2.6

Электромагнитная индукция. Уравнения Максвелла.

Явление электромагнитной индукции (опыты Фарадея)

Ранее было показано, что электрические токи создают вокруг себя магнитное поле. Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим **явление электромагнитной индукции**. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Рассмотрим классические опыты Фарадея, с помощью которых было обнаружено явление электромагнитной индукции.

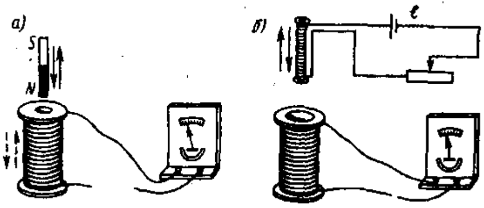

Рис. 1

Опыт I (рис. 1, *а*).

Если в замкнутый на гальванометр соленоид вдвигать или выдвигать постоянный магнит, то в моменты его вдвигания или выдвигания наблюдается отклонение стрелки гальванометра (возникает индукционный ток); направления отклонений стрелки при вдвигании и выдвигании магнита противоположны. Отклонение стрелки гальванометра тем больше, чем больше скорость движения магнита относительно катушки.

При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменится. Для получения индукционного тока магнит можно оставлять неподвижным, тогда нужно относительно магнита передвигать соленоид.

Опыт П.

Концы одной из катушек, вставленных одна в другую, присоединяются к гальванометру, а через другую катушку пропускается ток. Отклонение стрелки гальванометра наблюдается в моменты включения или выключения тока, в моменты его увеличения или уменьшения или при перемещении катушек друг относительно друга (рис. 1, б).

Направления отклонений стрелки гальванометра также противоположны при включении или выключении тока, его увеличении или уменьшении, сближении или удалении катушек.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к выводу, что индукционный ток возникает всегда, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции.

Например, при повороте в однородном магнитном поле замкнутого проводящего контура в нем также возникает индукционный ток. В данном случае индукция магнитного поля вблизи проводника остается постоянной, а меняется только поток магнитной индукции сквозь контур.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит *от способа изменения потока магнитной индукции,* а определяется лишь *скоростью* его изменения (в опытах Фарадея также доказывается, что отклонение стрелки гальванометра (сила тока) тем больше, чем больше скорость движения магнита, или скорость изменения силы тока, или скорость движения катушек).

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

Закон Фарадея и его вывод из закона сохранения энергии

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции.

Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой **электродвижущей силой электромагнитной индукции.**

Значение индукционного тока, а, следовательно, и э.д.с. электромагнитной индукции ξ_i определяются только скоростью изменения магнитного потока, т. е.

$$\xi_i \sim \frac{d\Phi}{dt}$$

Теперь необходимо выяснить знак ξ_i. Было показано, что знак магнитного потока зависит от выбора положительной нормали к контуру. В свою очередь, положительное направление нормали определяется правилом правого винта.

Следовательно, выбирая положительное направление нормали, мы определяем как знак потока магнитной индукции, так и направление тока и э.д.с. в контуре.

Пользуясь этими представлениями и выводами, можно соответственно прийти к формулировке **закона электромагнитной индукции Фарадея**

Какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э.д.с.

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (1)$$

Знак минус показывает, что увеличение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ вызывает э. д. с. $\xi_i < 0$ т. е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ вызывает $\xi_i > 0$, т.е. направления потока и поля индукционного тока совпадают.

Знак минус в формуле (1) определяется правилом Ленца — общим правилом для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

Правило Ленца

Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток

Закон Фарадея (1) может быть непосредственно получен из закона сохранения энергии, как это впервые сделал Г. Гельмгольц. Рассмотрим проводник с током I, который помещен в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура, и может свободно перемещаться (см. рис. 2).

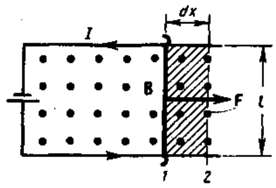

Рис. 2

Под действием силы Ампера $\vec{F}$, направление которой показано на рисунке, проводник перемещается на отрезок dx. Таким образом, сила Ампера производит работу $dA = Id\Phi$, где $d\Phi$ — пересеченный проводником магнитный поток.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt (ξIdt) будет складываться из работы на джоулеву теплоту (I^2Rdt) и работы по перемещению проводника в магнитном поле ($Id\Phi$):

$$\xi Idt = I^2Rdt + Id\Phi$$

где R — полное сопротивление контура. Тогда

$$I = \frac{\left(\xi - \frac{d\Phi}{dt}\right)}{R}$$

Где $\frac{d\Phi}{dt} = \xi_i$ есть не что иное, как закон Фарадея (1).

Закон Фарадея можно сформулировать еще таким образом:

> *Э.д.с.* ξ_i *электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром*

Этот закон является *универсальным:* э. д. с. ξ_i не зависит от способа изменения магнитного потока.

Э.д.с. электромагнитной индукции выражается в **вольтах**. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \frac{Вб}{с} = \frac{Тл \cdot м^2}{с} = \frac{Н \cdot м^2}{А \cdot м \cdot с} = \frac{Дж}{А \cdot с} = \frac{А \cdot В \cdot с}{А \cdot с} = В$$

Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции?

Если проводник (подвижная перемычка контура на рис. 2) движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на заряды внутри проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т. е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов).

Таким образом, возбуждение э.д.с. индукции при движения контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном* магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э.д.с. индукции. Максвелл для объяснения э.д.с. индукции в *неподвижных* проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике.

Циркуляция вектора $\vec{E}_B$ этого поля по любому неподвижному контуру *L* проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\xi_i = \oint_L \vec{E}_B\, \vec{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (2)$$

Вращение рамки в магнитном поле

Явление электромагнитной индукции применяется для преобразования механической энергии в энергию электрического тока. Для этой цели используются **генераторы,** принцип действия которых можно рассмотреть на примере плоской рамки, вращающейся в однородном магнитном поле (рис. 3).

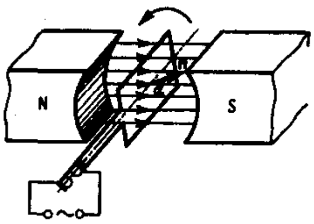

Рис. 3

Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле ($\vec{B} = const$)равномерно с угловой скоростью $\omega = const$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, в любой момент времени t, равен

$$\Phi = B_n S = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t$$

где $\alpha = \omega t$ — угол поворота рамки в момент времени t (начало отсчета выбрано так, чтобы при $t = 0$ было $\alpha = 0$).

При вращении рамки в ней будет возникать переменная э.д.с. индукции (1)

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\sin\omega t, \qquad (3)$$

изменяющаяся со временем по гармоническому закону. При $\sin\omega t = 1$ э.д.с. ξ_i максимальна, т. е.

$$\xi_{\max} = BS\omega \qquad (4)$$

Учитывая (4), выражение (3) можно записать в виде

$$\xi_i = \xi_{\max}\sin\omega t$$

Таким образом, если в однородном магнитном поле равномерно вращается рамка, то в ней возникает переменная э.д.с., изменяющаяся по гармоническому закону.

Из формулы (4) вытекает, что $\xi_{\max}$ (следовательно, и э.д.с. индукции) находится в прямой зависимости от величин ω, B и S. В России принята стандартная частота тока $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$ = 50 Гц, поэтому возможно лишь увеличение двух остальных величии.

Для увеличения B применяют мощные постоянные магниты или в электромагнитах пропускают значительный ток, а также внутрь электромагнита помещают сердечники из материалов с большой магнитной проницаемостью μ.

Если вращать не один, а ряд витков, соединенных последовательно, то тем самым увеличивается S.

Переменное напряжение снимается с вращающегося витка с помощью щеток, схематически изображенных на рис. 3.

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если по рамке, помещенной в магнитное доле, пропускать электрический ток, то на нее будет действовать вращающий момент и рамка начнет вращаться. На этом принципе основана работа **электродвигателей**, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую.

Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционный ток возникает не только в линейных проводниках, но и в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и поэтому называются **вихревыми**. Их также называют **токами Фуко** — по имени первого исследователя.

Токи Фуко, как и индукционные токи в линейных проводниках, подчиняются правилу Ленца: их магнитное поле направлено так, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующему вихревые токи. Например, если между полюсами невключенного электромагнита массивный медный маятник совершает практически незатухающие колебания (рис. 4), то при включении тока он испытывает сильное торможение и очень быстро останавливается. Это объясняется тем, что возникшие токи Фуко имеют такое направление, что действующие на них со стороны магнитного поля силы тормозят движение маятника. Этот факт используется для успокоения (демпфирования) подвижных частей различных приборов. Если в описанном маятнике сделать радиальные вырезы, то вихревые токи ослабляются и торможение почти отсутствует.

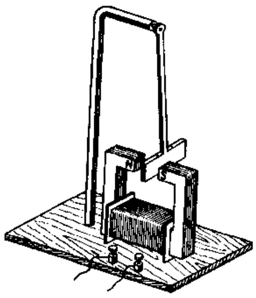

Рис. 4

Вихревые токи помимо торможения (как правило, нежелательного эффекта) вызывают нагревание проводников. Поэтому для уменьшения потерь на нагревание якоря генераторов и сердечники трансформаторов делают не сплошными, а изготовляют из тонких пластин, отделенных одна от другой слоями изолятора, и устанавливают их так, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин. Джоулева теплота, выделяемая токами Фуко, используется в индукционных металлургических печах. Индукционная печь представляет собой тигель, помещаемый внутрь катушки, в которой пропускается ток высокой частоты. В металле возникают интенсивные вихревые токи, способные разогреть его до плавления. Такой способ позволяет плавить металлы в вакууме, в результате чего получаются сверхчистые материалы.

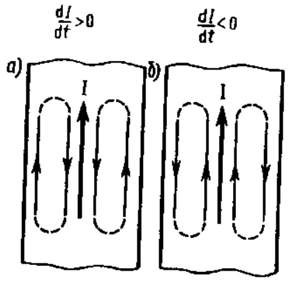

Рис. 5

Вихревые токи возникают и в проводах, по которым течет переменный ток. Направление этих токов можно определить по правилу Ленца. На рис. 5, *а* показано направление вихревых токов при возрастании первичного тока в проводнике, а на рис. 5, б — при его убывании. В обоих случаях направление вихревых токов таково, что они противодействуют изменению первичного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности.

Таким образом, вследствие возникновения вихревых токов быстропеременный ток оказывается распределенным по сечению провода неравномерно — он как бы вытесняется на поверхность проводника.

Это явление получило название **скин-эффекта** (от англ. skin — кожа) или **поверхностного эффекта**. Так как токи высокой частоты практически текут в тонком поверхностном слое, то провода для них делаются полыми.

Если сплошные проводники нагревать токами высокой частоты, то в результате скин-эффекта происходит нагревание только их поверхностного слоя. На этом основан метод поверхностной закалки металлов. Меняя частоту поля, он позволяет производить закалку на любой требуемой глубине.

Индуктивность контура. Самоиндукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био — Савара — Лапласа, пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Φ поэтому пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI \qquad (5)$$

где коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью контура**.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

Из выражения (5) определяется единица индуктивности **генри** (Гн):

1 Гн — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$1\,Гн = 1\frac{Вб}{A} = 1\frac{B \cdot c}{A}$$

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Полный магнитный поток сквозь соленоид (потокосцепление) равен $\mu_0\mu\frac{N^2 I}{l}S$. Подставив это выражение в формулу (5), получим

$$L = \mu_0\mu\frac{N^2 S}{l} \qquad (6)$$

т. е. индуктивность соленоида зависит от числа витков соленоида N, его длины l, площади S и магнитной проницаемости μ вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Можно показать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. В этом смысле индуктивность контура — аналог электрической емкости уединенного проводника, которая также зависит только от формы проводника, его размеров и диэлектрической проницаемости среды.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея (см. (1)), получим, что э. д. с. самоиндукции

$$\xi_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right)$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется (в дальнейшем будет показано, что последнее условие выполняется не всегда), то $L = const$ и

$$\xi_S = -L\frac{dI}{dt} \qquad (7)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения* тока в нем.

Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\xi_S < 0$ т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание.

Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\xi_S > 0$ т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится, тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

Токи при размыкании и замыкании цепи

При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает э. д. с. самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые **экстратоками самоиндукции**. Экстратоки самоиндукции, согласно правилу Ленца, всегда направлены так, чтобы препятствовать изменениям тока в цепи, т. е. направлены противоположно току, создаваемому источником.

При выключении источника тока экстратоки имеют такое же направление, что и ослабевающий ток. Следовательно, наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения или установления тока в цепи.

Рассмотрим процесс выключения тока в цепи, содержащей источник тока сэ.д.с. ξ, резистор сопротивлением R и катушку индуктивностью L. Под действием внешней э. д. с. в цепи течет постоянный ток

$$I_0 = \frac{\xi}{R}$$

(внутренним сопротивлением источника тока пренебрегаем).

В момент времени $t = 0$ отключим источник тока. Ток в катушке индуктивностью L начнет уменьшаться, что приведет к возникновению э.д.с. самоиндукции $\xi_S = -L\frac{dI}{dt}$ препятствующей, согласно правилу Ленца, уменьшению тока. В каждый момент времени ток в цепи определяется законом Ома $I = \frac{\xi_i}{R}$, или

$$IR = -L\frac{dI}{dt} \tag{8}$$

Разделив в выражении (8) переменные, получим $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$. Интегрируя это уравнение по I (от I_0 до I) и t (от 0 до t), находим $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{Rt}{L}$, или

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{9}$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ — постоянная, называемая **временем релаксации.** Из (9) следует, что τ есть время, в течение которого сила тока уменьшается в *e* раз.

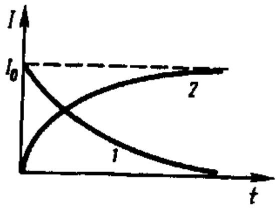

Рис. 6

Таким образом, в процессе отключения источника тока сила тока убывает по экспоненциальному закону (9) и определяется кривой *1* на рис. 6. Чем больше индуктивность цепи и меньше ее сопротивление, тем больше τ и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

При замыкании цепи помимо внешней э. д. с. ξ возникает э. д. с. самоиндукции $\xi_S = -L\frac{dI}{dt}$ препятствующая, согласно правилу Ленца, возрастанию тока. По закону Ома, $IR = \xi + \xi_S$ или

$$IR = \xi - L\frac{dI}{dt}$$

Введя новую переменную $u = IR - \xi$ преобразуем это уравнение к виду

$$\frac{du}{u} = -\frac{dt}{\tau}$$

где τ — время релаксации.

В момент замыкания ($t = 0$) сила тока $I = 0$ и $u = -\xi$. Следовательно, интегрируя по u (от $-\xi$ до $IR - \xi$) и t (от 0 до t), находим

$$\ln\left(\frac{(IR - \xi)}{-\xi}\right) = -\frac{t}{\tau}$$

или

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{10}$$

где $I_0 = \frac{\xi}{R}$ — установившийся ток (при $t \to \infty$).

Таким образом, в процессе включения источника тока нарастание силы тока в цепи задается функцией (10) и определяется кривой 2 на рис. 6. Сила тока возрастает от начального значения $I = 0$ и асимптотически стремится к установившемуся значению $I_0 = \frac{\xi}{R}$. Скорость нарастания тока определяется тем же временем релаксации $\tau = \frac{L}{R}$, что и убывание тока. Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление.

Оценим значение э.д.с. самоиндукции ξ_S, возникающей при мгновенном увеличении сопротивления цепи постоянного тока от R_0 до R. Предположим, что мы размыкаем контур, когда в нем течет установившийся ток $I_0 = \frac{\xi}{R}$. При размыкании цепи ток изменяется по формуле (9). Подставив в нее выражение для I_0 и τ, получим

$$I = \frac{\xi}{R_0} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

Э.д.с. самоиндукции

$$\xi_S = -L\frac{dI}{dt} = \frac{R}{R_0}\xi \cdot e^{-\frac{Rt}{L}}$$

т. е. при значительном увеличении сопротивления цепи ($\frac{R}{R_0} >> 1$), обладающей большой индуктивностью, э.д.с. самоиндукции может во много раз превышать э.д.с. источника тока, включенного в цепь. Таким образом, необходимо учитывать, что контур, содержащий индуктивность, нельзя резко размыкать, так как это (возникновение значительных э.д.с. самоиндукции) может привести к пробою изоляции и выводу из строя измерительных приборов. Если в контур сопротивление вводить постепенно, то э.д.с. самоиндукции не достигнет больших значений.

Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура (*1* и *2*), расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 7). Если в контуре *1* течет ток I_1, то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1. Обозначим через Φ_{12} ту часть потока, которая пронизывает контур *2*. Тогда

$$\Phi_{12} = L_{21} I_1 \qquad (11)$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

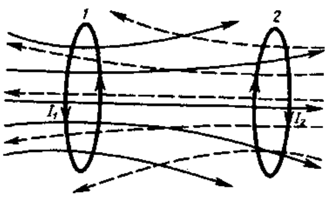

Рис. 7

Если ток I_1 изменяется, то в контуре *2* индуцируется э.д.с. ξ_{i2}, которая по закону Фарадея (1) равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21}, созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\xi_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

Аналогично, при протекании в контуре *2* тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис. 7 штриховыми линиями) пронизывает первый контур. Если Φ_{12} — часть этого потока, пронизывающего контур *1*, то

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2$$

Если ток I_2 изменяется, то в контуре *1* индуцируется э.д.с. ξ_{i1}, которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{12}, созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\xi_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

Коэффициенты пропорциональности L_{21}и L_{12} называются **взаимной индуктивностью контуров**. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21}и L_{12} равны друг другу, т. е.

$$L_{12} = L_{21} \qquad (12)$$

Коэффициенты L_{21}и L_{12}зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, — генри (Гн).

Рассчитаем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник. Этот случай имеет большое практическое значение (рис. 8).

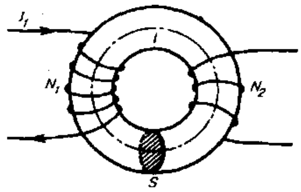

Рис. 8

Магнитная индукция поля, создаваемого первой катушкой с числом витков N_1, током I_1 и магнитной проницаемостью μ сердечника,

$$B = \mu_0\mu\frac{N_1I_1}{l}$$

где l — длина сердечника по средней линии.

Магнитный поток сквозь один виток второй катушки

$$\Phi_2 = BS = \mu_0\mu\frac{N_1I_1}{l}S$$

Тогда полный магнитный поток (потокосцепление) сквозь вторичную обмотку, содержащую N_2 витков,

$$\Psi = \Phi_2 N_2 = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S I_1$$

Поток Ψ создается током I_1, поэтому, согласно (11), получаем

$$L_{21} = \frac{\Psi}{I_1} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S \qquad (13)$$

Если вычислить магнитный поток, создаваемый катушкой *2* сквозь катушку *1,* то для L_{12} получим выражение в соответствии с формулой (13). Таким образом, взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный сердечник,

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S$$

Трансформаторы

Принцип действия трансформаторов, применяемых для повышения или понижения напряжения переменного тока, основан на явлении взаимной индукции. Впервые трансформаторы были сконструированы и введены в практику русским электротехником П.Н. Яблочковым (1847—1894) и русским физиком И.Ф. Усагиным (1855—1919).

Принципиальная схема трансформатора показана на рис. 9.

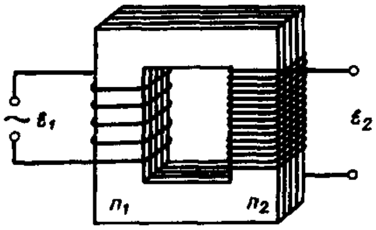

Рис. 9

Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно N_1 и N_2 витков, укреплены на замкнутом железном сердечнике. Так как концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного напряжения с э.д.с. ξ_i, то в ней возникает переменный ток I_1, создающий в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ, который практически полностью локализован в железном сердечнике и, следовательно, почти целиком пронизывает витки вторичной обмотки. Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление э.д.с. взаимной индукции, а в первичной — э.д.с. самоиндукции.

Ток I_1 первичной обмотки определяется согласно закону Ома:

$$\xi_1 - \frac{d}{dt}(N_1 \Phi) = I_1 R_1 \qquad (14)$$

где R_1 — сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения $I_1 R_1$ на сопротивлении R_1 при быстропеременных полях мало по сравнению с каждой из двух э.д.с., поэтому

$$\xi_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt} \qquad (15)$$

Э.д.с. взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке,

$$\xi_2 = -\frac{d(N_2 \Phi)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \qquad (16)$$

Сравнивая выражения (14) и (15), получим, что э.д.с., возникающая во вторичной обмотке,

$$\xi_2 = -\frac{N_2}{N_1}\xi_1$$

где знак минус показывает, что э.д.с. в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Отношение числа витков $\frac{N_2}{N_1}$, показывающее, во сколько раз э.д.с. во вторичной обмотке трансформатора больше (или меньше), чем в первичной, называется **коэффициентом трансформации**.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2% и связаны в основном с выделением в обмотках джоулевой теплоты и появлением вихревых токов, и применяя закон сохранения энергии, можем записать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы:

$$\xi_2 I_2 \approx \xi_1 I_1$$

откуда, учитывая соотношение (16), найдем

$$\frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

т. е. токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Если $\frac{N_2}{N_1} > 1$, тоимеем дело с **повышающим трансформатором,** увеличивающим переменную э.д.с. и понижающим ток.Повышающие трансформаторы применяются, например, для передачи электроэнергии на большие расстояния, так как в данном случае потери на джоулеву теплоту, пропорциональные квадрату силы тока, снижаются).

Если $\frac{N_2}{N_1} < 1$, то имеем дело с **понижающим трансформатором**, уменьшающим э.д.с. и повышающим ток (применяются, например, при электросварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).

Мы рассматривали трансформаторы, имеющие только две обмотки. Однако трансформаторы, используемые в радиоустройствах, имеют 4—5 обмоток, обладающих разными рабочими напряжениями.

Трансформатор, состоящий из одной обмотки, называется **автотрансформатором**. В случае повышающего автотрансформатора э.д.с. подводится к части обмотки, а вторичнаяэ.д.с. снимается со всей обмотки. В понижающем автотрансформаторе напряжение сети подается на всю обмотку, а вторичнаяэ.д.с. снимается с части обмотки.

Энергия магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L, *по* которому течет ток I. С данным контуром сцеплен магнитный поток (см. (5)) $\Phi = LI$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$.

Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^l LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2} \qquad (17)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай — однородное магнитное поле внутри длинного соленоида.

Подставив в формулу (17) выражение (6), получим

$$W = \frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2I^2}{l}S$$

Так как $I = \dfrac{Bl}{\mu_0\mu N}$ и $B = \mu_0\mu H$, то

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}V = \frac{BH}{2}V \qquad (18)$$

где $Sl = V$ — объем соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия (18) заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной **объемной плотностью**

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} \qquad (19)$$

Выражение (19) для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины заменены в нем магнитными. Формула (19) выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

Вихревое электрическое поле

Из закона Фарадея (1) $\xi_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ следует, что *любое* изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции приводит к возникновению электродвижущей силы индукции и вследствие этого появляется индукционный ток.

Следовательно, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в неподвижном контуре,находящемся в переменном магнитном поле.

Однако э.д.с. в любой цепи возникает только тогда, когда в ней на носители тока действуют сторонние силы — силы неэлектростатического происхождения. Поэтому встает вопрос о природе сторонних сил в данном случае.

Опыт показывает, что эти сторонние силы не связаны ни с тепловыми, ни с химическими процессами в контуре; их возникновение также нельзя объяснить силами Лоренца, так как они на неподвижные заряды не действуют.

Максвелл высказал гипотезу, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре.

Согласно представлениям Максвелла, контур, в котором появляется э.д.с., играет второстепенную роль, являясь своего рода лишь «прибором», обнаруживающим это поле.

Итак, по Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле $\vec{E}_B$, циркуляция которого, по (2),

$$\oint_L \vec{E}_B \, d\vec{l} = \oint_L E_{Bl} \, dl = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (20)$$

где E_{Bl} — проекция вектора $\vec{E}_B$ на направление $d\vec{l}$.

Подставив в формулу (20) выражение $\Phi = \int_S \vec{B} \, d\vec{S}$, получим

$$\oint_L \vec{E}_B \, d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \, d\vec{S}$$

Если поверхность и контур неподвижны, то операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами. Следовательно,

$$\oint_L \vec{E}_B \, d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \qquad (21)$$

где символ частной производной подчеркивает тот факт, что интеграл $\int_S \vec{B} \, d\vec{S}$ является функцией только от времени.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля (обозначим его $\vec{E}_q$) вдоль любого замкнутого контура равна нулю:

$$\oint_L \vec{E}_q \, d\vec{l} = \oint_L E_{ql} dl = 0 \qquad (22)$$

Сравнивая выражения (21) и (22), видим, что между рассматриваемыми полями ($\vec{E}_B$ и $\vec{E}_q$) имеется принципиальное различие: циркуляция вектора $\vec{E}_B$ в отличие от циркуляции вектора $\vec{E}_q$ не равна нулю. Следовательно, электрическое поле $\vec{E}_B$, возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является *вихревым.*

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Создание Максвеллом макроскопической теории электромагнитного поля позволило*с единой точки зрения объяснить электрические и магнитные явления*, а также предсказать новые, существование которых было впоследствии подтверждено.

В основе теории Максвелла лежат рассмотренные выше четыре уравнения:

1. Электрическое поле может быть как потенциальным ($\vec{E}_q$), так и вихревым ($\vec{E}_B$), поэтому напряженность суммарного поля $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$. Так как циркуляция вектора $\vec{E}_q$ равна нулю (см. (22)), а циркуляция вектора $\vec{E}_B$ определяется выражением (21), то циркуляция вектора напряженности суммарного поля

$$\oint_L \vec{E}\,\vec{dl} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\vec{dS}$$

Это уравнение показывает, что источниками электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

2. Обобщенная теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$:

$$\oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = \oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)\vec{dS}$$

Это уравнение показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

3. Теорема Гаусса для поля $\vec{D}$:

$$\oint_S \vec{D}\,\vec{dS} = q \qquad \textit{(23)}$$

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ, то формула (23) запишется в виде

$$\oint_S \vec{D}\,\vec{dS} = \int_V \rho dV$$

4. Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$:

$$\oint_S \vec{B}\,\vec{dS} = 0$$

Итак, **полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:**

$$\oint_L \vec{E}\,\vec{dl} = \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\vec{dS} \qquad \oint_S \vec{D}\,\vec{dS} = \int_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{H}\,\vec{dl} = \oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)\vec{dS} \qquad \oint_S \vec{B}\,\vec{dS} = 0$$

Величины, входящие в уравнения Максвелла, не являются независимыми, и между ними существует следующая связь (изотропные несегнетоэлектрические и неферромагнитные среды):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \qquad \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

где ε_0 и μ_0 — соответственно электрическая и магнитная постоянные,
ε и μ — соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости,
γ — удельная проводимость вещества.

Из уравнений Максвелла вытекает, что *источниками электрического поля* могут быть либо *электрические заряды*, либо *изменяющиеся во времени магнитные поля*, а *магнитные поля могут возбуждаться* либо *движущимися электрическими зарядами* (электрическими токами), либо *переменными электрическими полями*.

Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Для стационарных полей ($\vec{E} = const$ и $\vec{B} = const$ *) уравнения Максвелла* примут вид

$$\oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = 0 \qquad \oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = q \qquad \oint_L \vec{H}\,d\vec{l} = I \qquad \oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0$$

т.е. источниками электрического поля в данном случае являются только электрические заряды, источниками магнитного — только токи проводимости.

В данном случае электрические и магнитные поля независимы друг от друга, что и позволяет изучать отдельно *постоянные* электрическое и магнитное поля.

Воспользовавшись известными из векторного анализа теоремами Стокса и Гаусса

$$\oint_L \vec{A}\,d\vec{l} = \int_S rot\,\vec{A}\,d\vec{S} \qquad \oint_S \vec{A}\,d\vec{S} = \int_V div\,\vec{A}\,dV$$

можно представить **полную систему уравнении Максвелла в дифференциальном форме** (характеризующих поле в каждой точке пространства):

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad div\,\vec{D} = \rho \qquad rot\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad div\,\vec{B} = 0$$

Если заряды и токи распределены в пространстве непрерывно, то обе формы уравнений Максвелла — интегральная и дифференциальная — эквивалентны.

Однако если имеются поверхности разрыва – поверхности, на которых свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей.

Уравнения Максвелла — наиболее общие уравнения для электрических и магнитных полей в *покоящихся средах.* Они играют в учении об электромагнетизме такую же роль, как законы Ньютона в механике.

Из уравнений Максвелла следует, что переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т. е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое **электромагнитное поле**.