



СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА ТЕРМОДИНАМИКА

Распределение Максвелла

Начала термодинамики

Цикл Карно

Распределение Максвелла

В газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям

Функция распределения молекул по скоростям

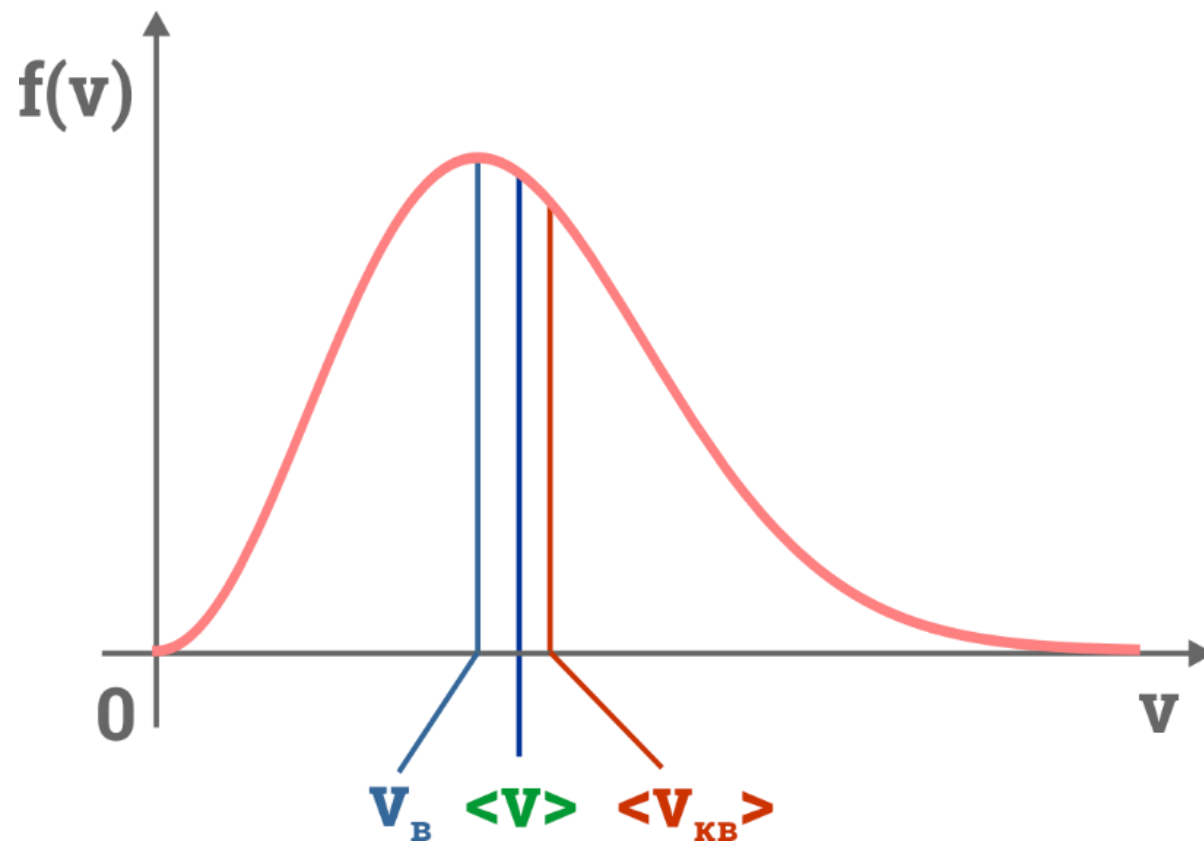
$$f(v)$$

Распределение Максвелла

Функция $f(v)$ определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$

$$\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv$$

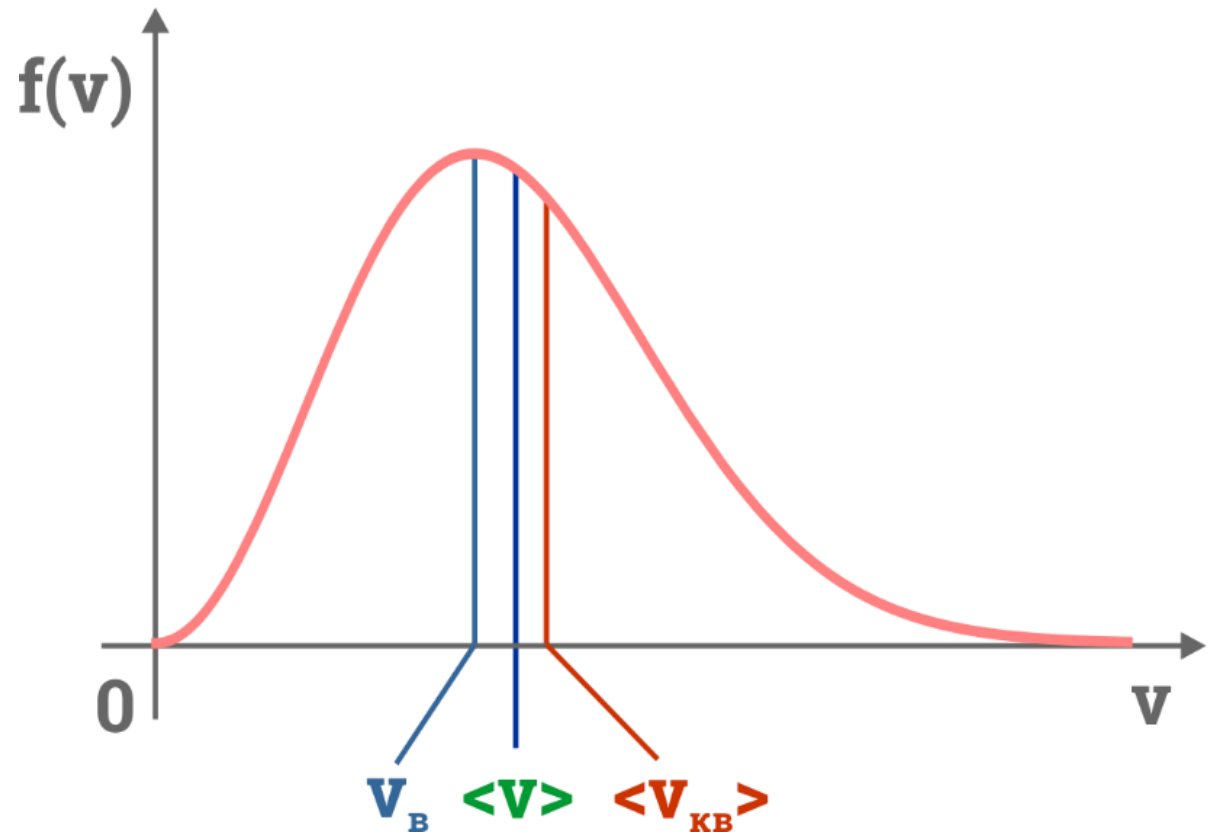
$$f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$$



Закон о распределении молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{\left[-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right]}$$

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$



Закон о распределении молекул идеального газа по скоростям

Наиболее вероятная скорость

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

Средняя арифметическая скорость

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$

Средняя квадратичная скорость

$$\langle v_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

Распределение Максвелла

Распределение молекул по скоростям

$$dN(v) = N \cdot 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{\left[-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right]} \cdot dv$$

Распределение Максвелла

$$v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m_0}}$$

Распределение молекул по **энергиям** теплового движения

$$dN(v) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} d\varepsilon$$

Распределение Больцмана

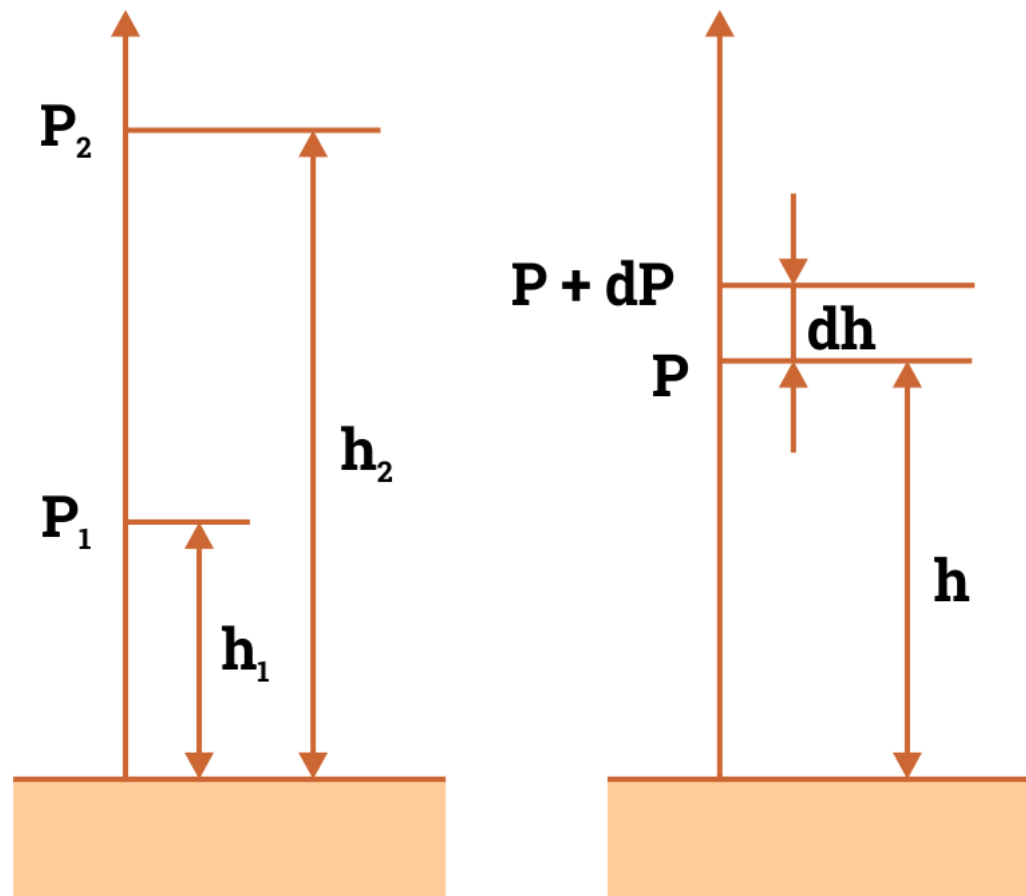
Распределение молекул в силовом поле

Разность давлений

$$P - (P + dP) = \rho g dh$$

$$dP = -\rho g dh$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P\mu}{RT}$$



Распределение Больцмана

Распределение молекул в силовом поле

Разность давлений

$$P - (P + dP) = \rho g dh \qquad dP = -\frac{\mu g}{RT} P dh$$

$$dP = -\rho g dh$$

$$P_2 = P_1 e^{-\frac{\mu g}{RT}(h_2 - h_1)}$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{P\mu}{RT}$$

Распределение Больцмана

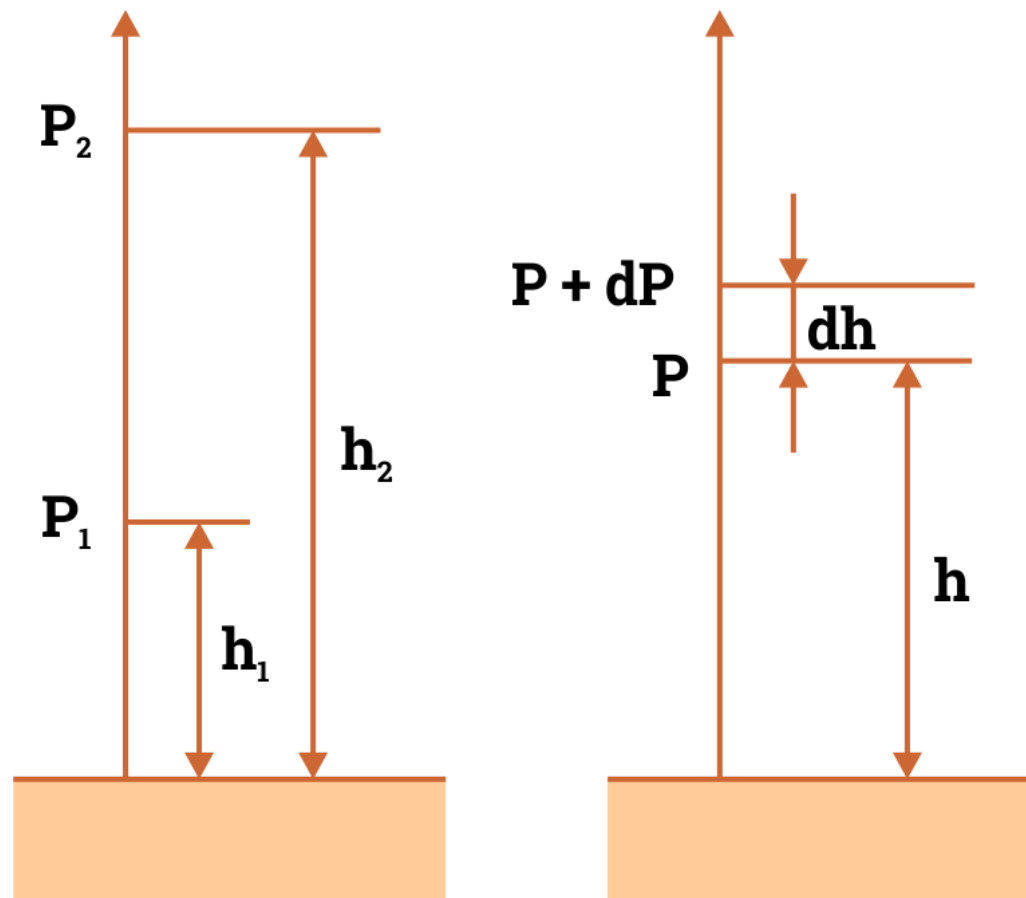
Барометрическая формула

$$P = P_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$$

$$P = nkT$$

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{W_{\text{ПОТ}}}{kT}}$$

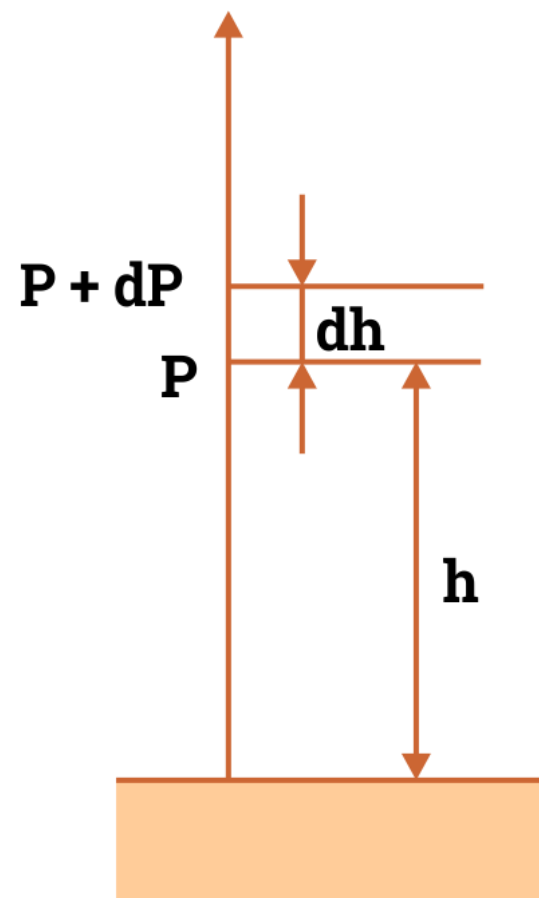
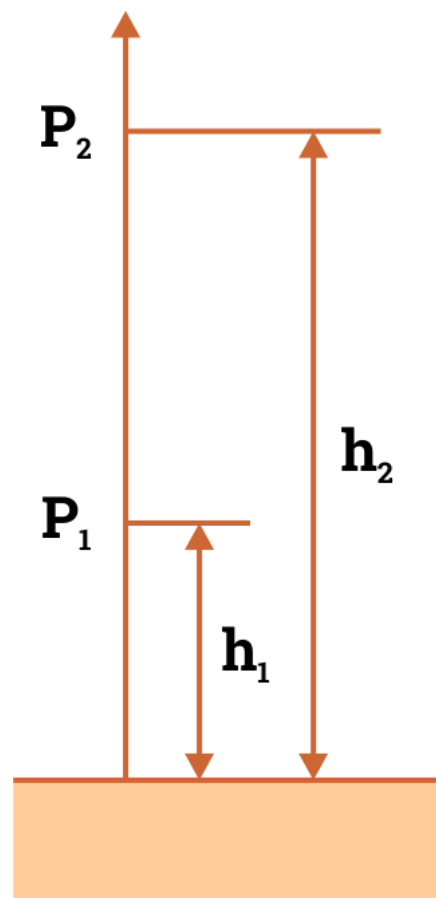
$$W_{\text{ПОТ}} = m_0 gh$$



Распределение Больцмана

$$n = n_0 e^{-\frac{W_{\text{ПОТ}}}{kT}}$$

При постоянной температуре плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул



Внутренняя энергия U

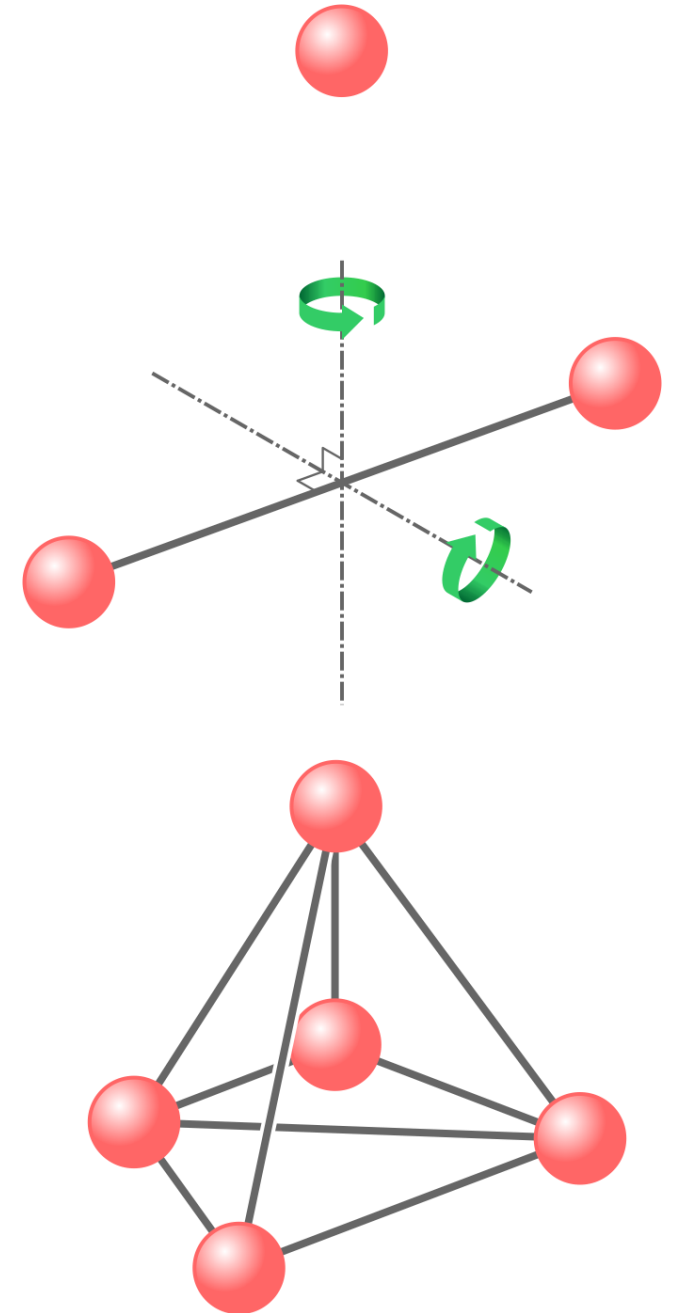
– энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц

К внутренней энергии не относятся кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях

Число степеней свободы

– это число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве

Молекулу одноатомного идеального газа можно рассматривать как материальную точку



Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул

Для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $\frac{kT}{2}$ а на каждую колебательную степень свободы – kT

$$U_{\text{пост}} = U_{\text{вращ}} = \frac{kT}{2} \quad U_{\text{колеб}} = kT$$

Внутренняя энергия U

Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$$

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}$$

$$U_m = \langle \varepsilon \rangle N_A = \frac{i}{2} kT N_A = \frac{i}{2} RT \quad U = \nu \frac{i}{2} RT$$

Первое начало термодинамики

Теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил

$$Q = \Delta U + A$$

$$\delta Q = dU + \delta A$$

dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии

δA – элементарная работа

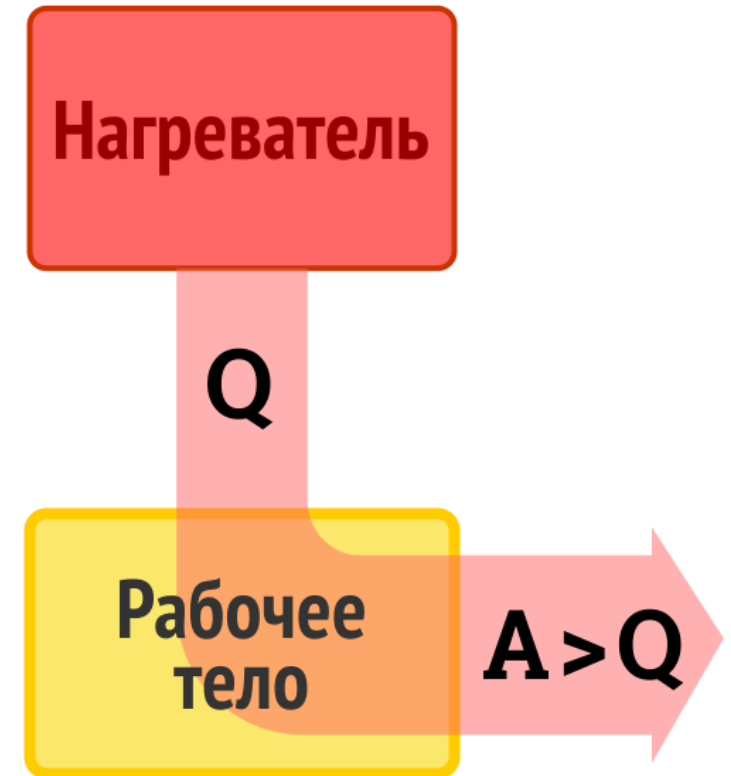
δQ – бесконечно малое количество теплоты

Вечный двигатель первого рода

Периодически действующий двигатель, который совершал бы бóльшую работу, чем сообщенная ему извне энергия

$$\Delta U = 0$$

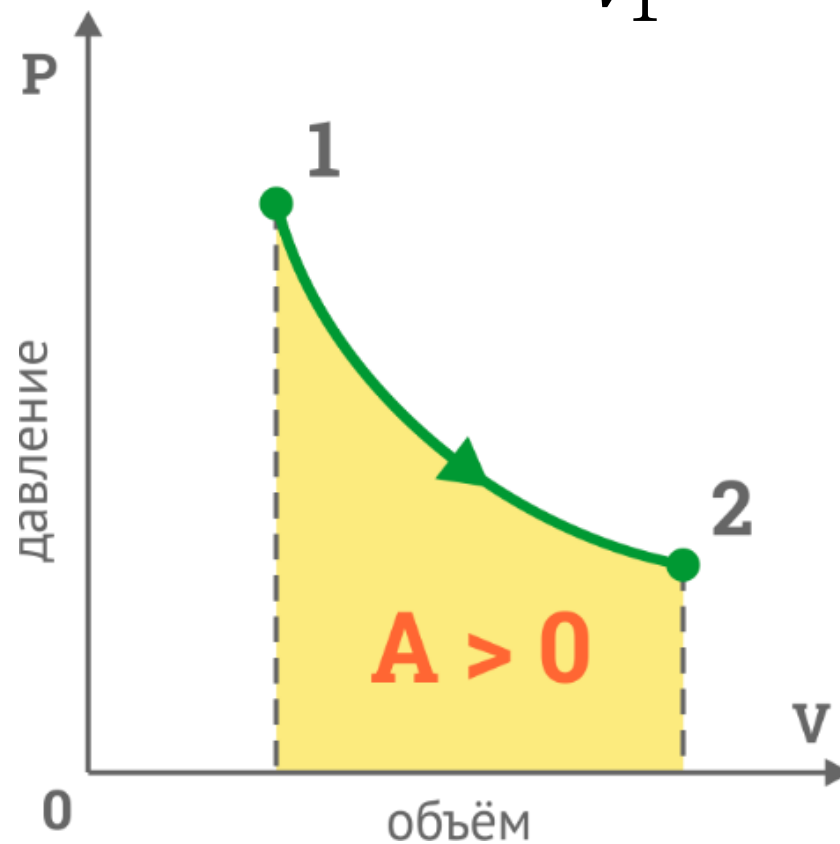
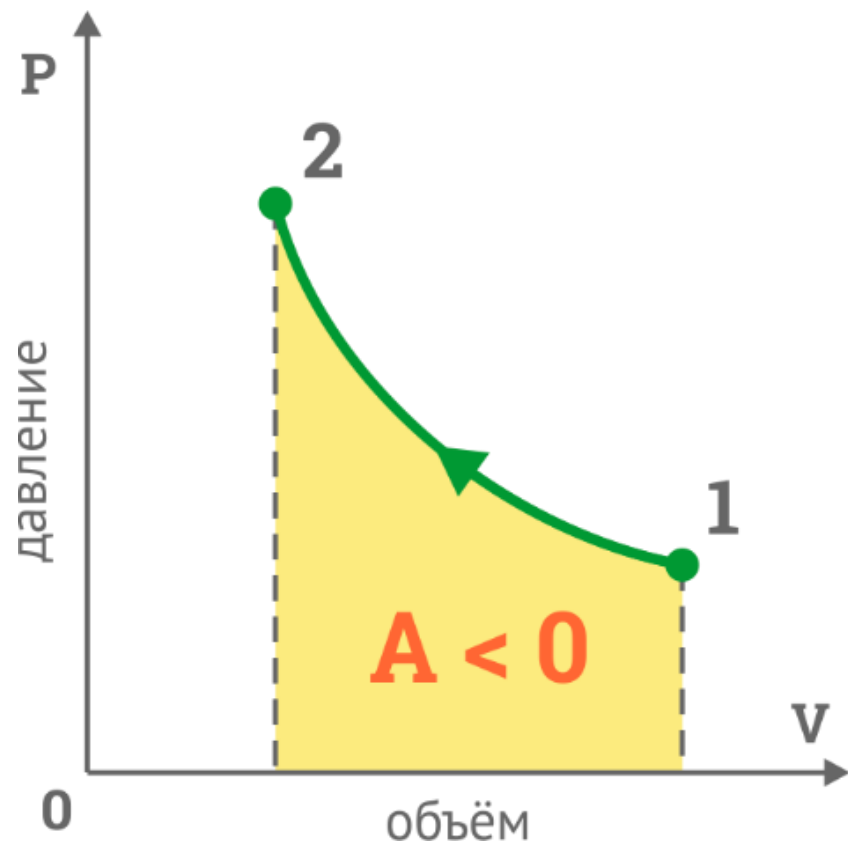
$$A = Q$$



Работа газа

$$\delta A = F \cdot dl = P \cdot S \cdot dl = P \cdot dV$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$



Теплоемкость

Удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К

$$c = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}$$

$$c = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right]$$

Теплоемкость

Молярная теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT} = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right]$$

$$C_m = c \cdot \mu$$

Теплоемкость

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{dU_m}{dT} = \frac{iR}{2}$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_P = \frac{dU_m}{dT} + \frac{PdV_m}{dT}$$

Уравнение Майера

$$C_P = C_V + R$$

$$C_P = \frac{(i + 2)}{2} R$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{(i + 2)}{i}$$

Изопроцессы

– равновесных процессов, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным

Равновесные процессы – процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний

Все реальные процессы строго говоря неравновесны

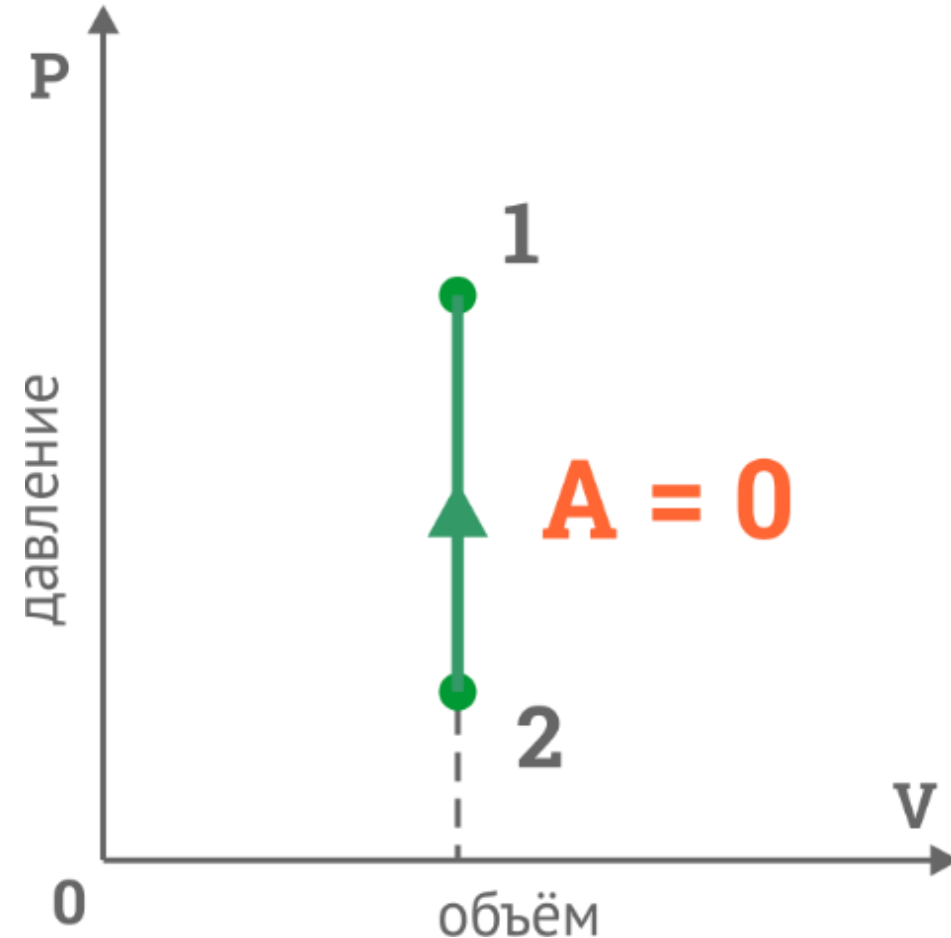
Изохорный процесс $V = \text{const}$

$$\delta A = P dV = 0$$

$$\delta Q = dU$$

$$dU = \nu C_V dT$$

$$\delta Q = dU = \nu C_V dT$$



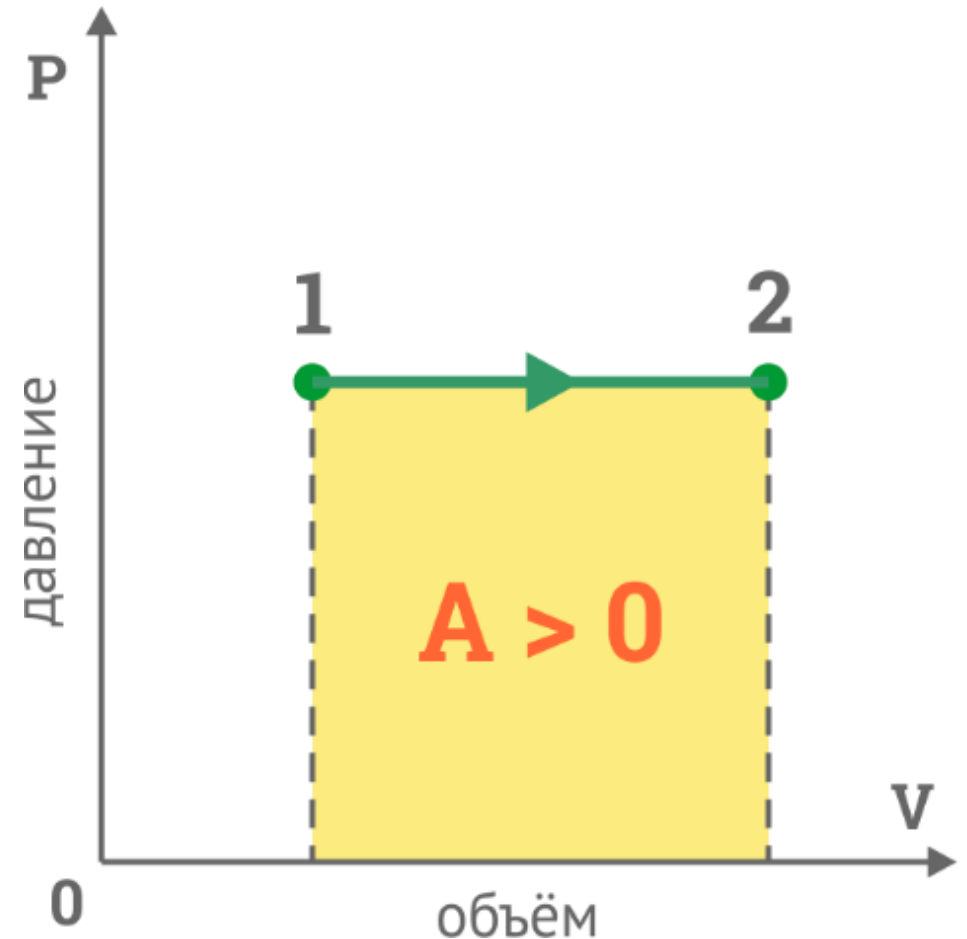
Изобарный процесс $P = \text{const}$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P(V_2 - V_1)$$

$$A = \nu R(T_2 - T_1)$$

$$dU = \nu C_V dT$$

$$\delta Q = dU = \nu C_V dT$$



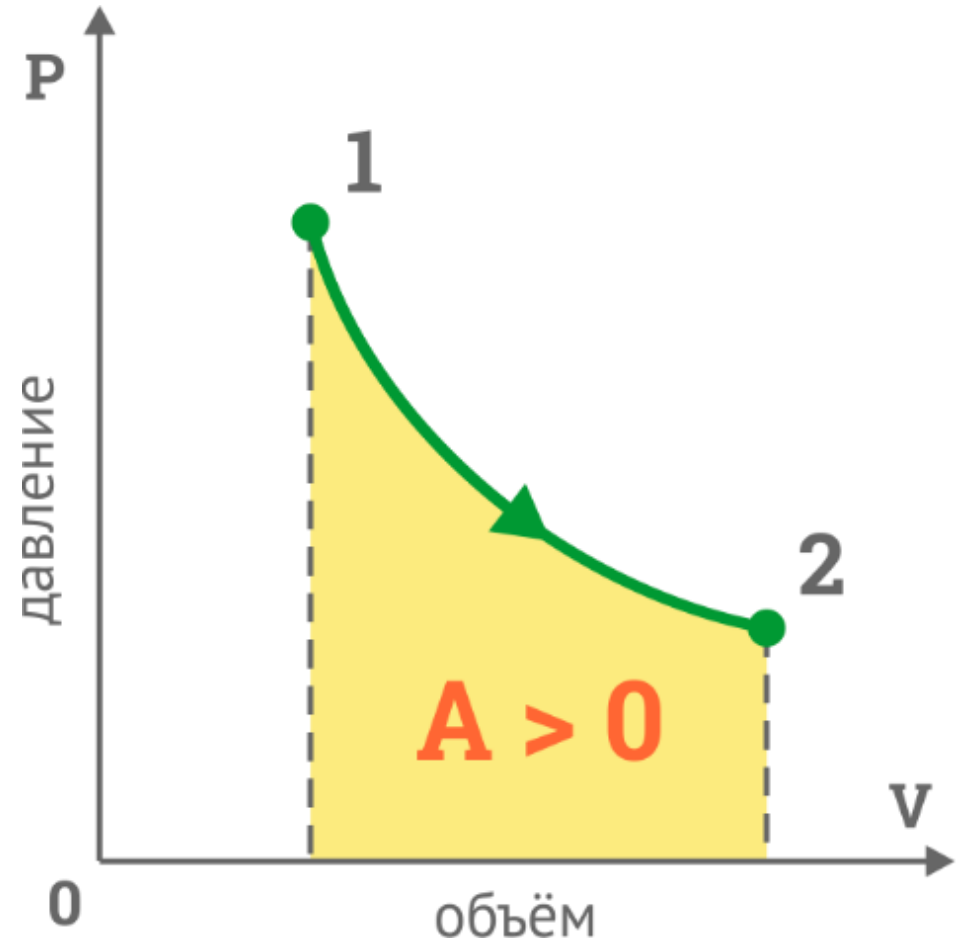
Изотермический процесс $T = const$

$$dU = 0$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} \cdot dV$$

$$A = \nu RT \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \nu RT \cdot \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$Q = A$$



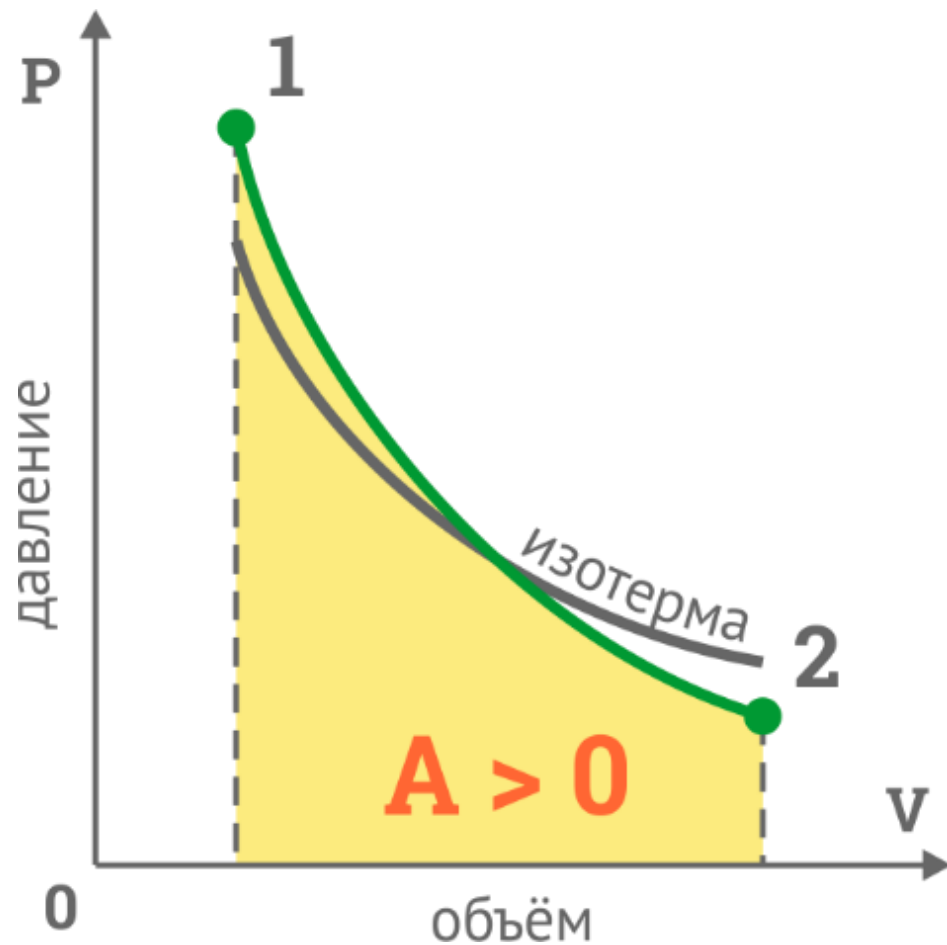
Адиабатный процесс $Q = 0$

$$Q = 0$$

$$A = -\Delta U$$

$$A = -\nu C_V \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$A = -\nu C_V (T_2 - T_1)$$



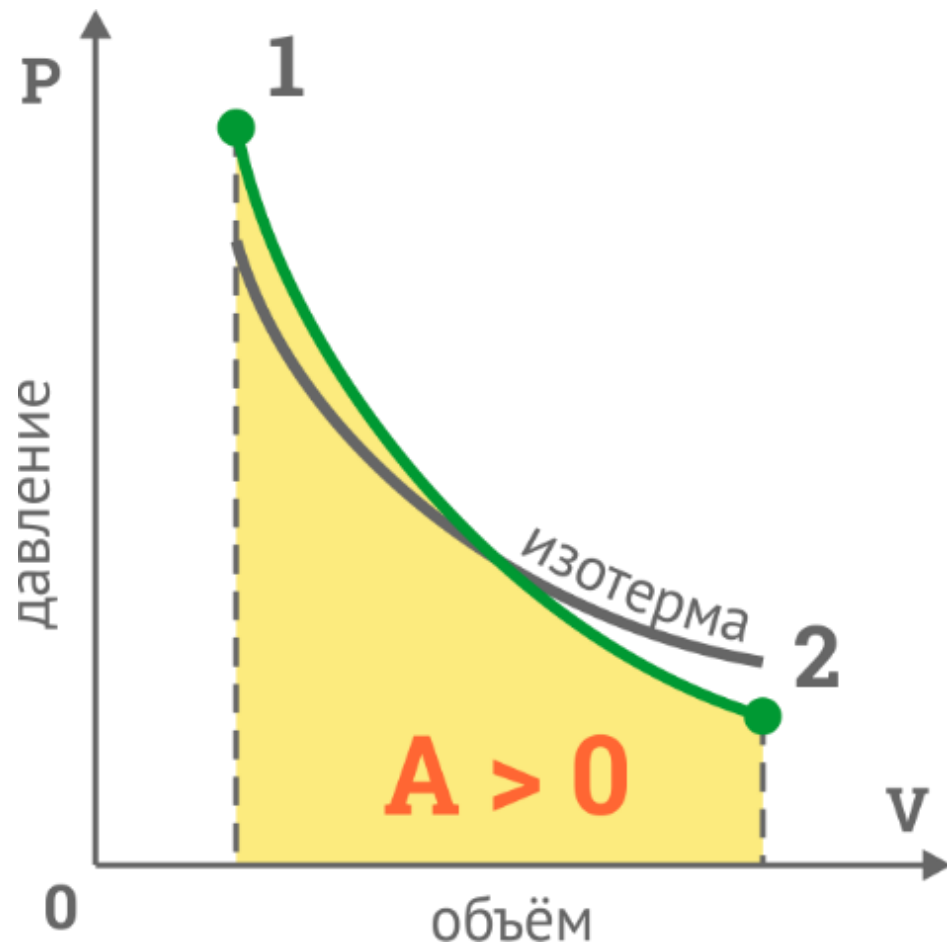
Адиабатный процесс $Q = 0$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$$

Уравнение Пуассона

$$PV^\gamma = \text{const}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$



Политропный процесс

– процесс, в котором теплоемкость остается постоянной

$$PV^n = \text{const}$$

$$n = \frac{(C - C_P)}{(C - C_V)} - \text{показатель политропы}$$

$C = 0$ – адиабата

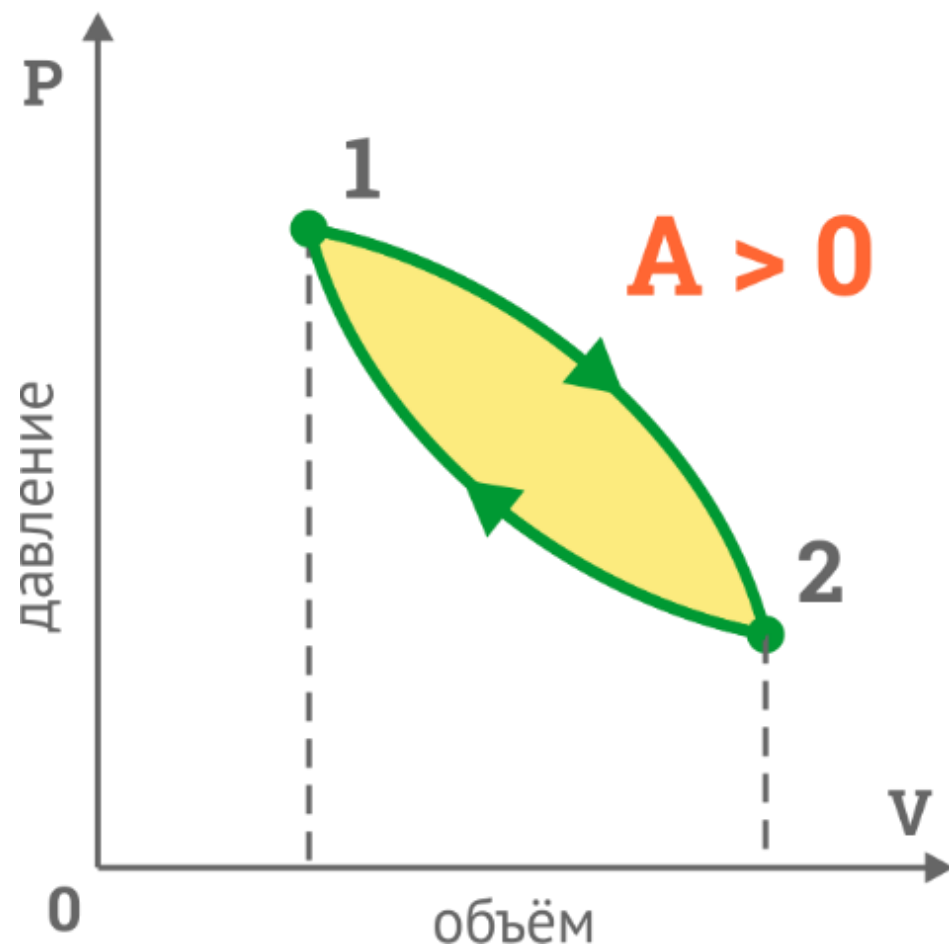
$C = \infty$ – изотерма

$C = C_P$ – изобара

$C = C_V$ – изохора

Обратимые и необратимые процессы

Круговым процессом (или циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное



Цикл тепловой машины

Обратимые и необратимые процессы

Тепловые двигатели – периодически действующие двигатели, совершающие работу за счет полученной извне теплоты

$$A > 0$$

Холодильные машины – периодически действующие установки, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой

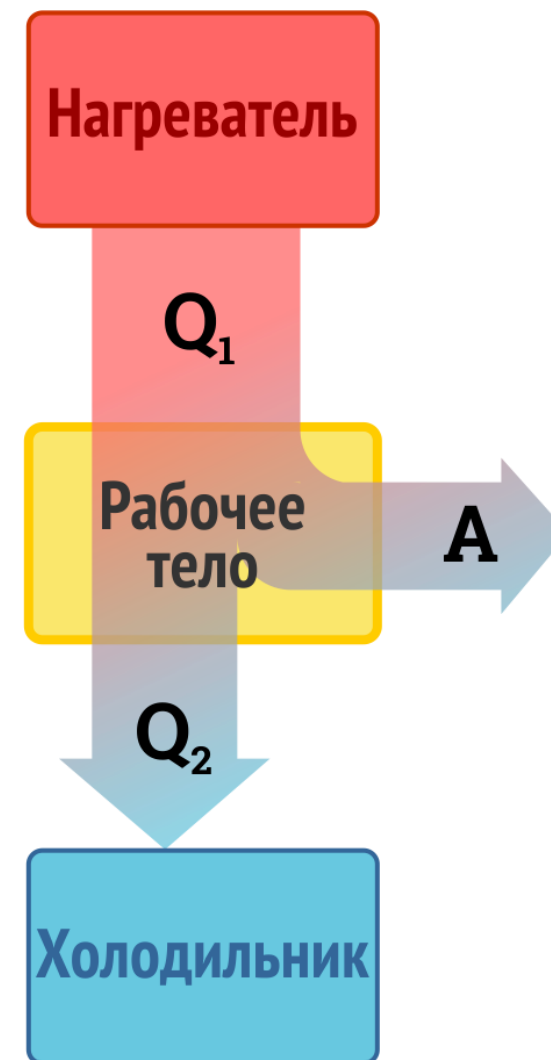
$$A > 0$$

Коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A$$

$$Q = Q_{\text{получ.}} - Q_{\text{отдан.}} = Q_1 - Q_2$$

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$



Обратимые и необратимые процессы

Обратимый процесс – термодинамический процесс, который может происходить как в прямом, так и в обратном направлении

Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым**

Энтропия

Приведенное количество теплоты – отношение теплоты, полученной телом в изотермическом процессе, к температуре теплоотдающего тела

$$\frac{\delta Q}{T}$$

Энтропия

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу в любом обратимом круговом процессе, равно нулю

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\delta Q}{T} = dS$$

Функция состояния, дифференциалом которой является приведенное количество теплоты, называется **энтропией**

Энтропия

Для обратимых процессов в замкнутой системе изменение энтропии равно нулю

$$\Delta S = 0$$

Для необратимых процессов

$$\Delta S > 0$$

Неравенство Клаузиуса

Энтропия замкнутой системы может либо возрастать (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов)

$$\Delta S \geq 0$$

Энтропия в изопроцессах

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \oint \frac{\delta Q}{T} = \oint \frac{dU + \delta A}{T}$$

$$\Delta S = \nu \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

Энтропия в изопроцессах

Адиабатический процесс – изоэнтروпийный

$$\Delta S = 0 \quad \rightarrow \quad S = \text{const}$$

Изотермический

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Изохорный

$$\Delta S = \nu C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Аддитивность энтропии

Энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему

$$S = S_1 + S_2 + \dots$$

Свойством аддитивности обладают также внутренняя энергия, масса, объем

Состояние тела

Макросостояние – состояние тела, заданное с помощью макроскопических величин, характеризующих все тело в целом.

Микросостояние – состояние тела, при котором заданы состояния отдельных молекул тела (с помощью микропараметров)

Статистический смысл энтропии

Термодинамическая вероятность состояния системы — это число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние

Формула Больцмана

$$S = k \ln W$$

Энтропия является мерой неупорядоченности системы

Статистический смысл энтропии

Формула Больцмана

$$S = k \ln W$$

Энтропия является мерой неупорядоченности системы

Возрастание энтропии означает переход системы из менее вероятных в более вероятные состояния

Второе начало термодинамики

Первое начало термодинамики **не позволяет** установить **направление протекания** термодинамических процессов

Второго начала термодинамики связано с необходимостью дать ответ на вопрос, **какие процессы в природе возможны,** а какие нет

Второе начало термодинамики

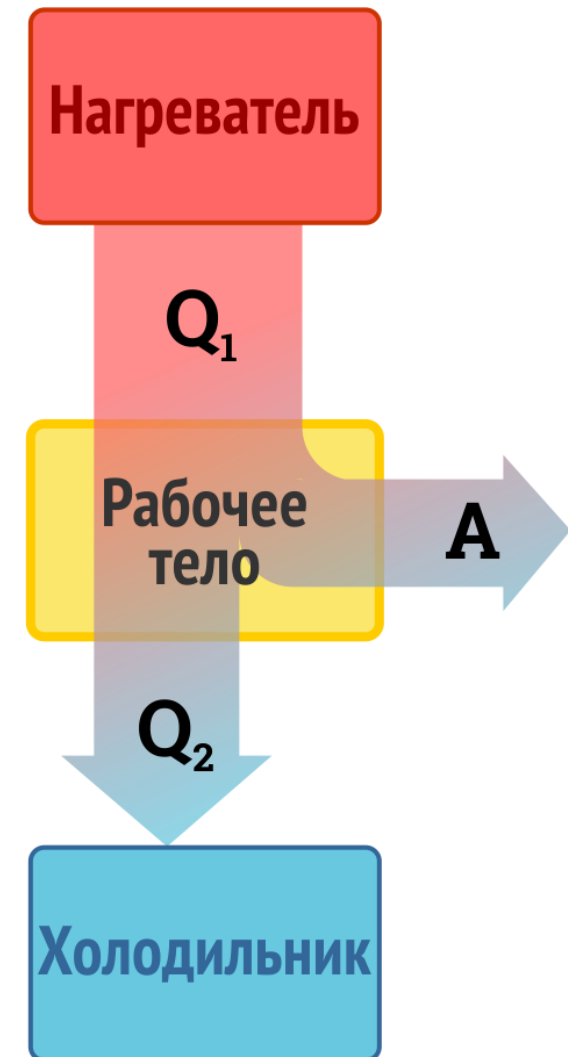
Закон возрастания энтропии замкнутой системы при необратимых процессах

- Любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает
- **В процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает**

Второе начало термодинамики

по Кельвину: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу

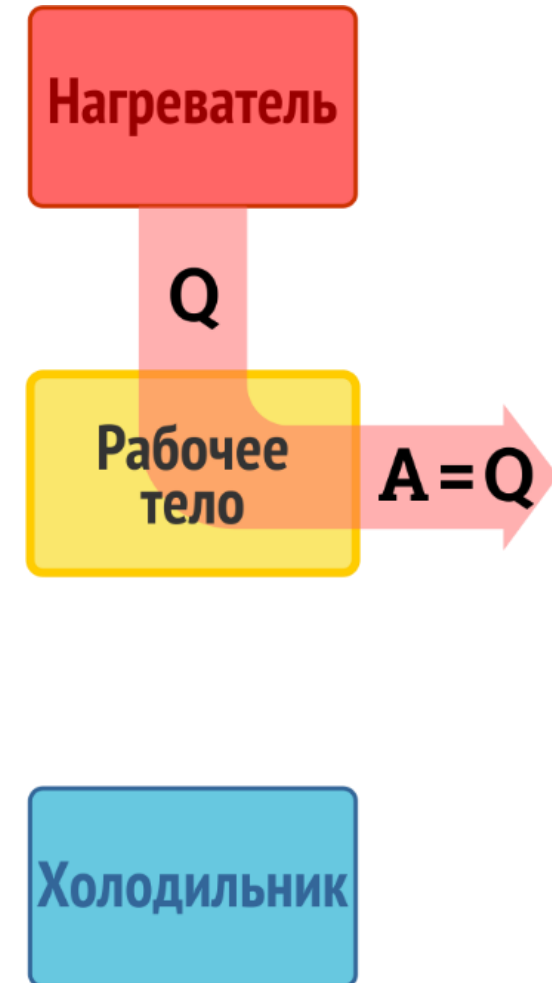
по Клаузиусу: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому



Вечный двигатель второго рода

– периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты

Без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому



Третье начало термодинамики

Теорема Нернста-Планка

Энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина

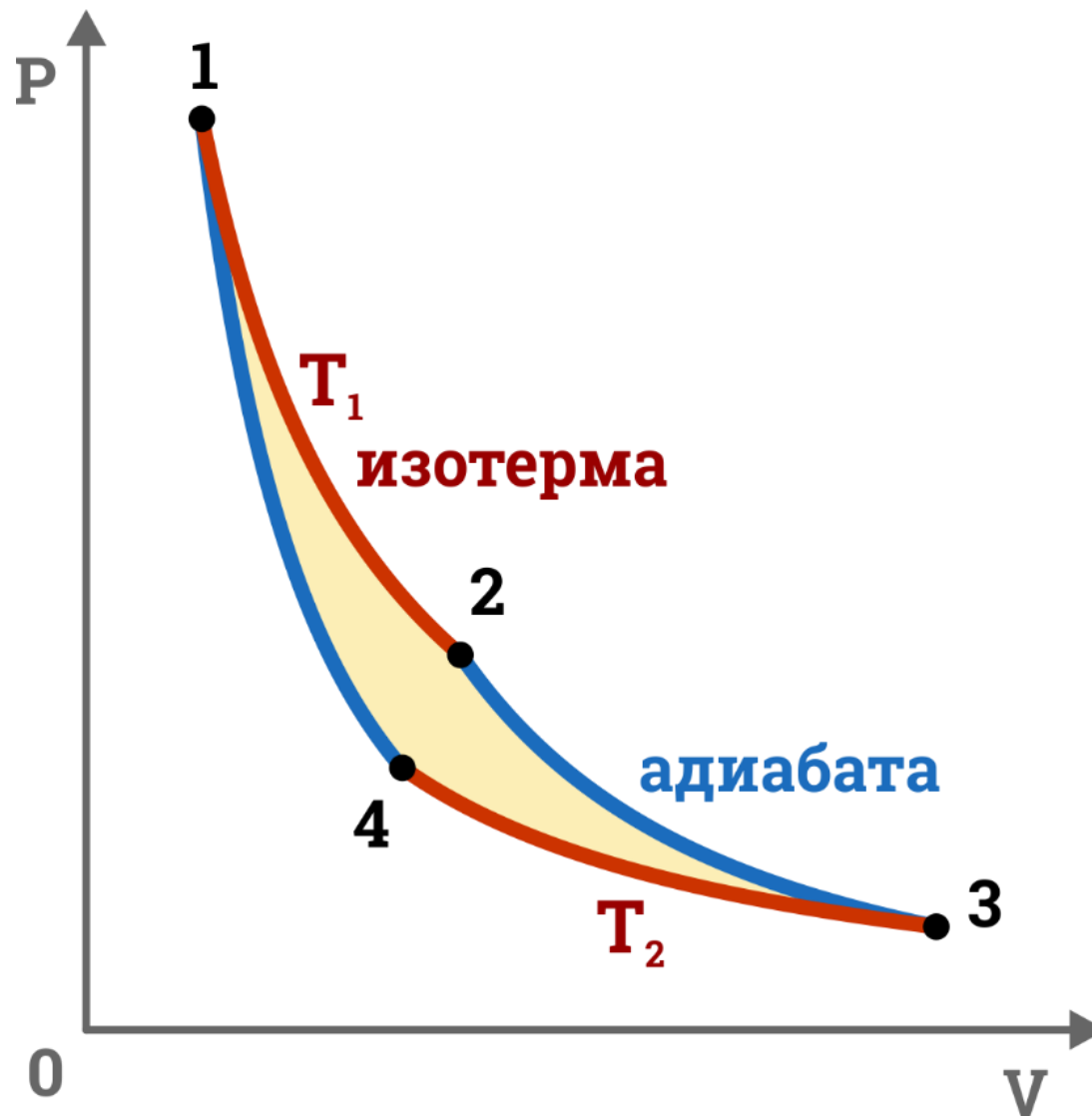
$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$

Цикл Карно

Цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат

$$A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$$

$$A_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2$$



Цикл Карно

$$A_{12} = Q_1$$

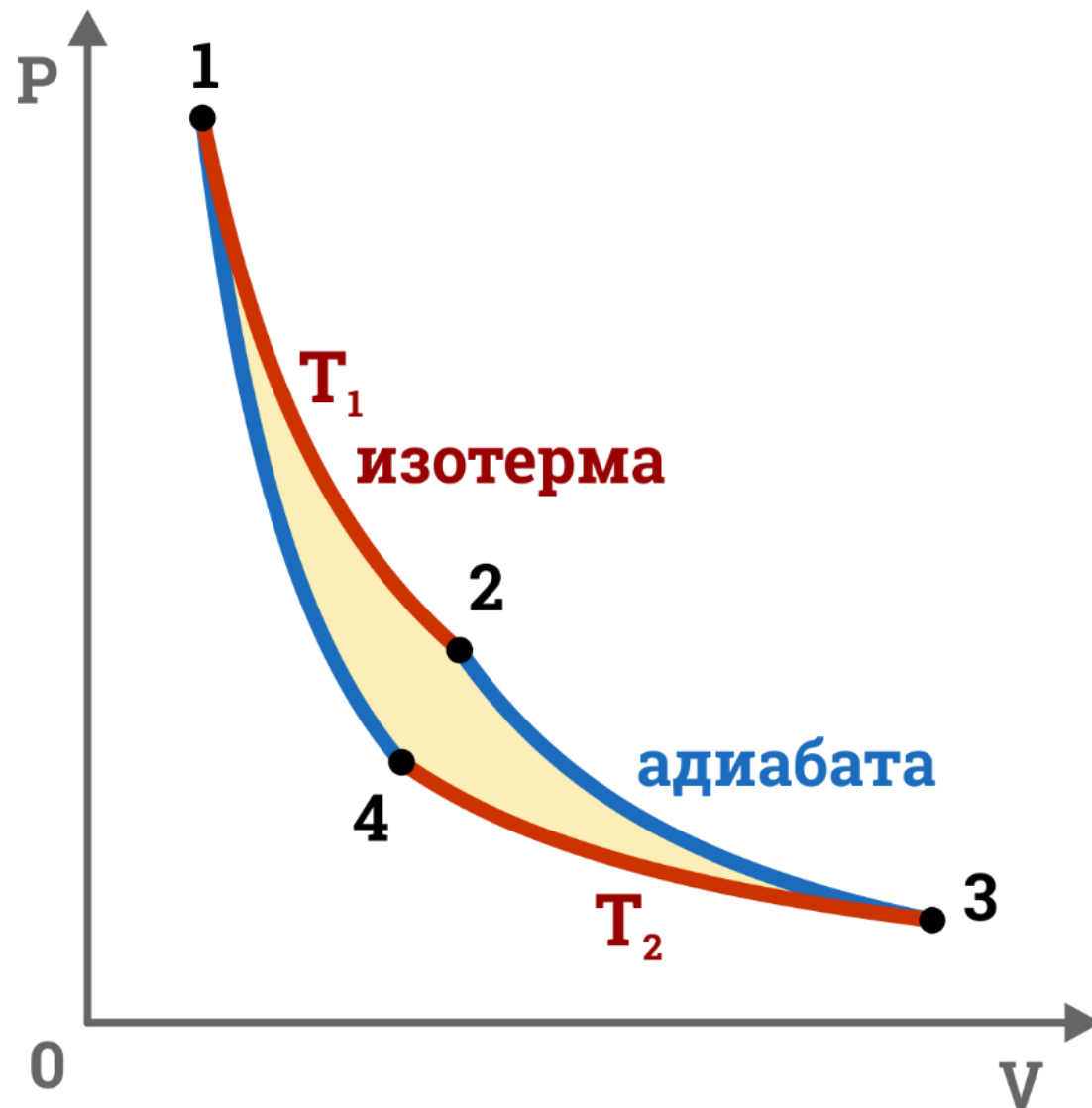
$$A_{34} = -Q_2$$

$$A_{23} = -\nu C_V (T_2 - T_1)$$

$$A_{41} = -\nu C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}$$

$$A = Q_1 - Q_2$$



Цикл Карно

$$A = Q_1 - Q_2$$

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

