Восточно-Сибирский университет технологий и управления
Технологический колледж— Физика

Колебания и волны

Механические колебания

Улан-Удэ / 2018

Колебания

процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени

Колебательная система (осциллятор)

система, совершающая колебания

По характеру воздействия на колебательную систему:

- **Свободные (или собственные) колебания** – колебания, совершаемые за счет первоначально сообщенной энергии при отсутствии внешних воздействий на систему
- **Вынужденные колебания** – колебания, в процессе которых система подвергается воздействию внешней периодически действующей силы
- **Автоколебания**, как и вынужденные, сопровождаются действием внешней силы, однако это воздействие управляется самой системой
- **Параметрические колебания** – колебания, при которых за счет действия внешней силы происходит периодическое изменение какого-либо параметра системы

Гармонические колебания

колебания, при которых колеблющаяся величина S изменяется со временем по закону синуса (косинуса)

$$S = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

Рассмотрение гармонических колебаний важно по двум причинам:

1. Колебания, встречающиеся в природе и технике, часто близки к гармоническим
2. Периодические процессы можно представить как наложение гармонических колебаний

Уравнение гармонических колебаний:

$$S = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$A = S_{max}$ – **амплитуда** колебания – максимальное значение колеблющейся величины;
ω – круговая (циклическая) **частота**;
$\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ – **фаза** колебания;
φ_0 – начальная фаза колебания.

Период колебания

1. время одного полного колебания
2. промежуток времени T, за который фаза колебания получает приращение 2π

$$T = \frac{N}{t}$$

$$\omega(t+T)+\varphi_0 = \omega t + \varphi_0 + 2\pi$$

Частота колебаний

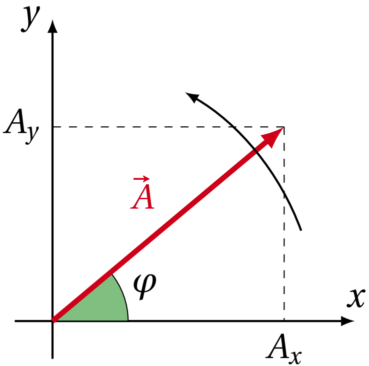
Величина, обратная периоду колебаний; число полных колебаний, совершаемых в единицу времени

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad \nu = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

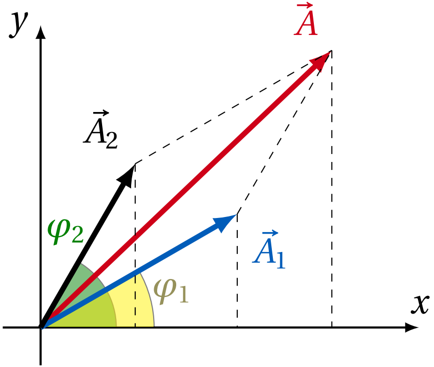
Единица частоты — **1 герц (Гц)** — частота периодического процесса, при которой за 1 с совершается один цикл процесса (одно полное колебание)

Гармоническое колебание можно представить проекцией вращающегося вектора на некоторую произвольно выбранную ось



$$\begin{cases} S_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \\ S_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \\ \omega_1 = \omega_2 = \omega \end{cases}$$

$$S = A\cos(\omega t + \varphi)$$



$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

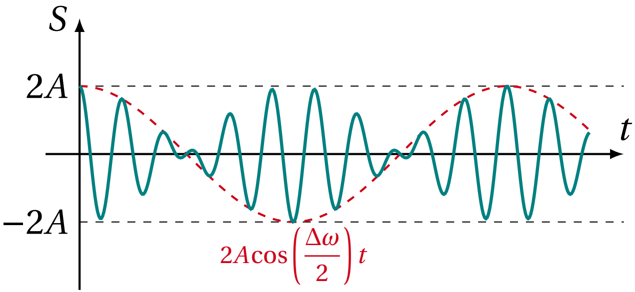
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}$$

Биения

Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами

$$\begin{cases} S_1 = A_1 \cos(\omega_1 t), \\ S_2 = A_2 \cos(\omega_2 t), \\ \omega_1 = \omega_2 + \Delta\omega \end{cases}$$

$$S = 2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right) t \cdot \cos\omega t$$



Любой колебательный процесс, отличный от гармонического, называется **модулированным колебанием**

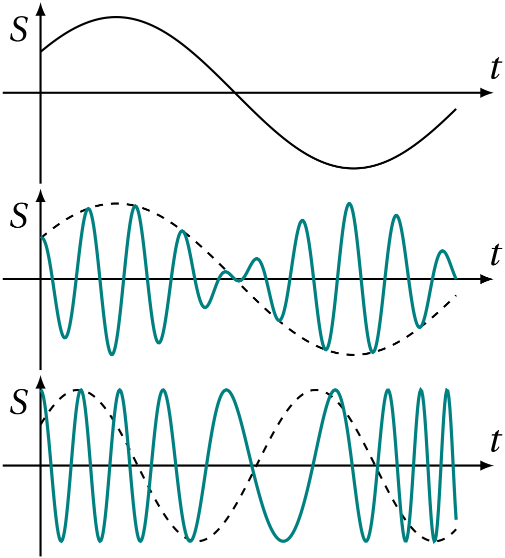
$$S(t) = A(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right]$$

Амплитудная модуляция

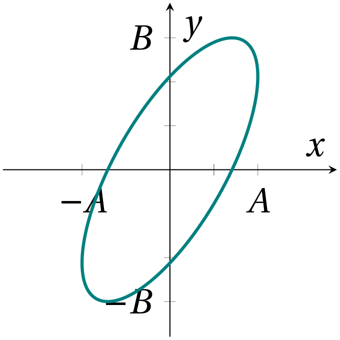
$$S(t) = A(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi_0\right]$$

Фазовая, частотная модуляция:

$$S(t) = A_0\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right]$$



$$\begin{cases} S_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1), \\ S_2 = B\cos(\omega t + \varphi_2), \\ \omega_1 = \omega_2 = \omega \end{cases}$$



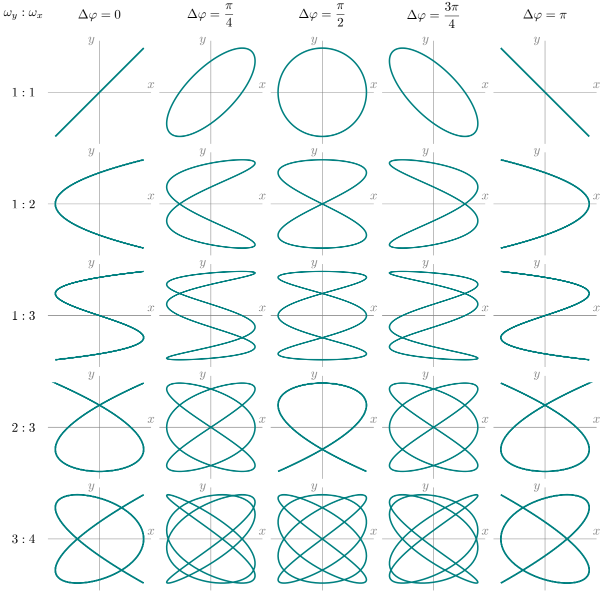
$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\Delta\varphi + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\Delta\varphi$$

Так как траектория результирующего колебания имеет форму эллипса, то такие колебания называются **эллиптически поляризованными**

7.1. Фигуры Лиссажу

Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два взаимно перпендикулярных колебания

Вид этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частоты разности фаз складываемых колебаний



Смещение (координата)

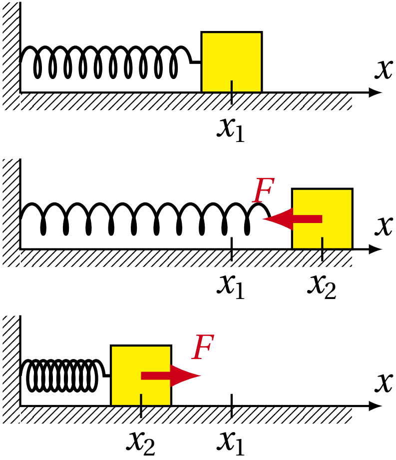
$$x = S = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Скорость, Ускорение, Сила

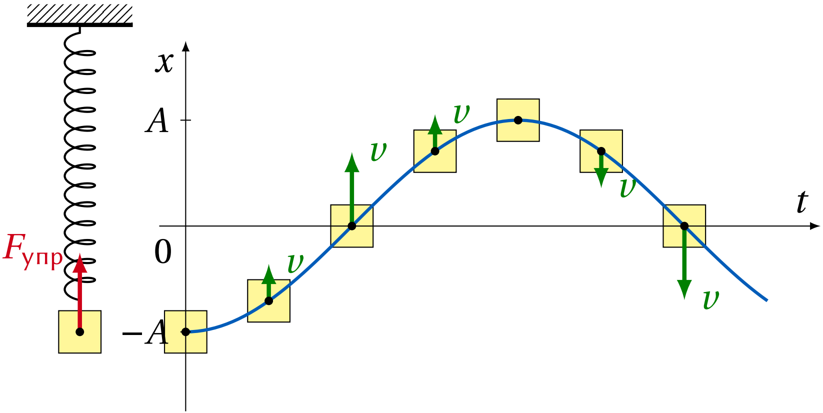
$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$F = ma = -m\omega^2 x$$



$$x = A\cos(\omega t + \varphi), \quad v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi), \quad F = -m\omega^2 x$$



9. Энергия колебаний

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{mA^2\omega^2}{2}[1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

$$E_{\text{пот}} = \int_0^x F(x)\,dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{mA^2\omega^2}{2}[1 + \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{mA^2\omega^2}{2} = const$$

Энергия колеблется в 2 раза чаще

Математический маятник

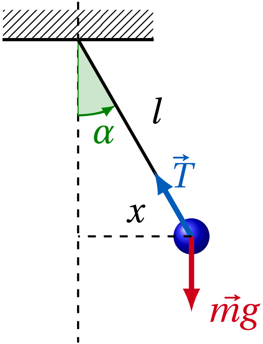
это идеализированная система, состоящая из материальной точки, подвешенной на нерастяжимой невесомой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести

$$F = -mg\sin\alpha,$$

$$\alpha \to 0, \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha \approx \alpha = \frac{x}{l}$$

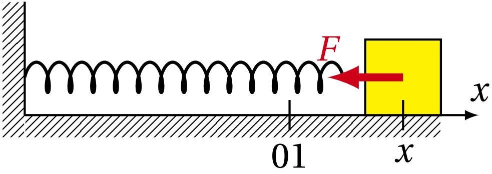
$$ma = -\frac{mg}{l}x$$

$$a = -\omega_0^2 x, \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



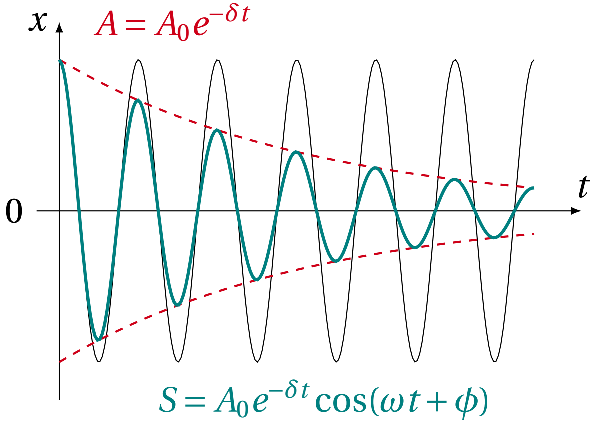
$$ma = F = -kx, \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Затухающие колебания

колебания, амплитуды которых из-за потерь энергии реальной колебательной системой с течением времени уменьшаются



$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

δ – коэффициент затухания,
ω_0 – собственная частота колебательной системы

Время релаксации – промежуток времени в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз

$$\tau = \frac{1}{\delta}$$

Декремент затухания

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

Логарифмический декремент затухания

$$\vartheta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau}$$

Добротность

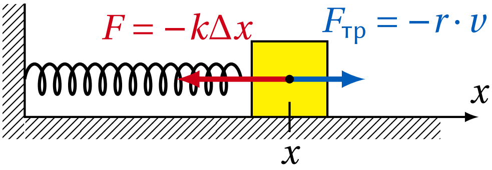
$$Q = \frac{\pi}{\vartheta} = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}$$

Добротность Q характеризует резонансные свойства колебательной системы

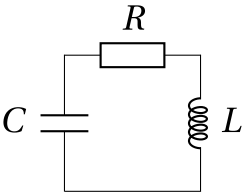
$$F_{\text{тр}} = -rv$$

$$ma = F + F_{\text{тр}}, \qquad ma = -kx - rv$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad \delta = \frac{r}{2m}$$



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \delta = \frac{R}{2L}$$



Вынужденные колебания

колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы или внешней периодически изменяющейся ЭДС

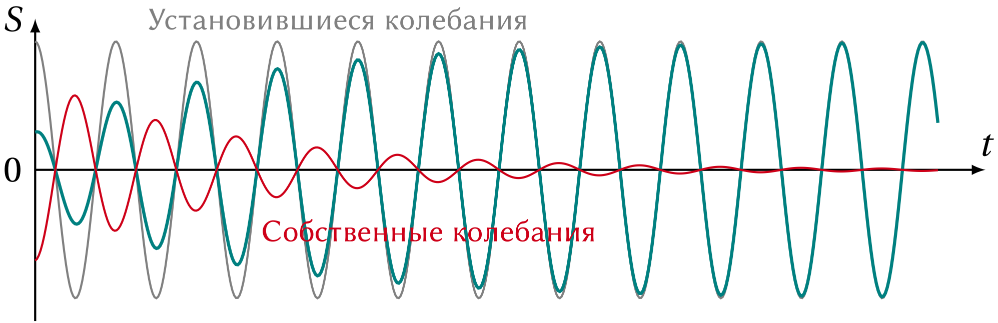
$$f = f_0 \cos(\omega_{\text{внеш}} t + \varphi)$$

Механические колебания

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

Электромагнитные колебания

$$f_0 = \frac{U_0}{L}$$



$$S = A\cos(\omega t), \qquad A = \frac{f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{F}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},$$

Резонанс

резкое увеличение амплитуды результирующих колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте колебательной системы

$$\omega_0^2 - \omega^2 = 0$$

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_0$$